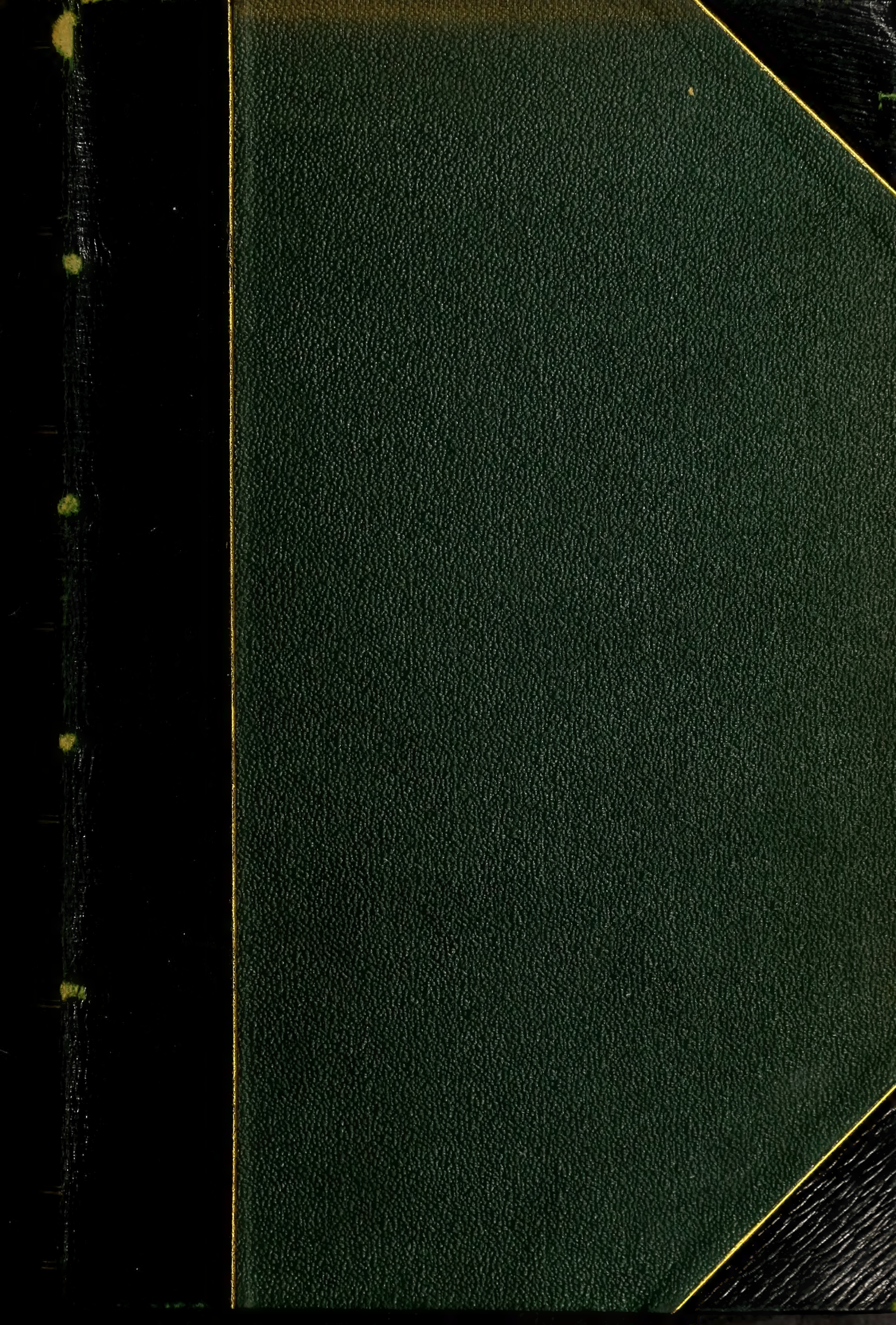


ANNALES DE L'UNIVERSITÉ DE LYON
NOUVELLE SÉRIE
I. — *Sciences, Médecine.* — Fascicule 33

LES CÉPHÉIDES

CONSIDÉRÉES COMME ÉTOILES DOUBLES

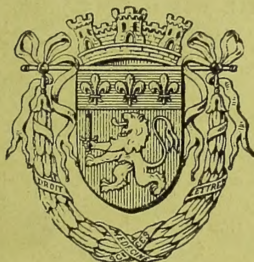
AVEC UNE MONOGRAPHIE

DE L'ÉTOILE VARIABLE δ CÉPHÉE

PAR

Michel LUIZET
Astronome adjoint à l'Observatoire de Lyon,
Docteur ès sciences.

Avec 23 figures dans le texte.



LYON
A. REY, IMPRIMEUR-ÉDITEUR
Rue Gentil, 4

PARIS
LIBRAIRIE GAUTHIER-VILLARS
Quai des Grands-Augustins, 55

1912

ANNALES DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

EN VENTE

A LYON	A PARIS
Chez A. REY, Imprimeur-Éditeur	**Chez les Libraires spéciaux**
4, RUE GENTIL	SUIVANTS

La mention en chiffres romains qui précède le numéro du fascicule indique, pour les ouvrages parus dans la nouvelle Série, qu'ils appartiennent soit au groupe *Sciences-Médecine* (I), soit au groupe *Droit-Lettres* (II).

Arthur ROUSSEAU, 14, rue Soufflot.

Histoire de la Compensation en droit Romain, par C. APPLETON *(Fasc. 21)* . . . . . 7 fr. 50

Caractères généraux de la loi de 1884 sur les Syndicats professionnels; justification de cette loi; réformes possibles. Etude de législation industrielle, par R. GONNARD *(Fasc. 36)*. . . 3 fr.

La Représentation des Intérêts dans les Corps élus, par Charles FRANÇOIS (II, *Fasc. 2)*. 8 fr.

Mélanges Ch. Appleton : *Etudes d'histoire du droit*, dédiées à M. Ch. APPLETON, professeur à la Faculté de Droit de Lyon, à l'occasion de son XXV[e] anniversaire de professorat (II, *Fasc. 13)* . 15 fr.

Physique sociale. — Emploi combiné du système du Quotient *vrai* et du système du Quotient *fictif* pour la répartition des sièges dans la Représentation proportionnelle, par le D[r] MONOYER (II, *Fasc. 18)* . . . . 3 fr.

Félix ALCAN, 108, boulevard Saint-Germain.

Lettres intimes de J.-M. Alberoni adressées au comte I. Rocca, ministre des finances du duc de Parme, et publiées d'après le manuscrit du collège de S. Lazaro Alberoni, par Emile BOURGEOIS *(Fasc. 8)* . . . . 10 fr.

Essai critique sur l'hypothèse des atomes dans la science contemporaine, par Arthur HANNEQUIN *(Fasc. 14)* . . . . 7 fr. 50

Saint Ambroise et la morale chrétienne au IV[e] siècle, par Raymond THAMIN *(Fasc 15)*. . 7 fr. 50

La République des Provinces-Unies, la France et les Pays-Bas espagnols de 1630 à 1650, par A. WADDINGTON, 2 vol. *(Fasc. 18 et 31)*. . . 12 fr.

Le Vivarais. Essai de Géographie régionale, par Louis BOURDIN *(Fasc. 37)* . . . . 6 fr.

Alphonse PICARD et Fils, 82, rue Bonaparte.

La doctrine de Malherbe d'après son commentaire sur Desportes, par Ferdinand BRUNOT *(Fasc. 1[er])*. 10 fr.

Le Fondateur de Lyon. Histoire de L. Munatius Plancus, par M. JULLIEN *(Fasc. 9)* . . . . . . 5 fr

La Jeunesse de William Wordsworth (1770-1798). Etude sur le « Prélude », par Emile LEGOUIS *(Fasc. 22)* . . . . 7 fr. 50

La Question des Dix Villes impériales d'Alsace depuis la paix de Westphalie jusqu'aux arrêts de « Réunions » du Conseil souverain de Brisach (1648-1680), par Georges BARDOT (II, *Fasc. 1[er])*. . . . . 7 fr. 5

EZÉCHIEL SPANHEIM. — **Relation de la Cour de France en 1690**, *nouvelle édition*, établie sur les manuscrits originaux de Berlin, accompagnée d'un commentaire critique, de fac-similés, et suivie de *Relation de la Cour d'Angleterre en 1704*, par le même auteur, publié avec un index analytique par Emile BOURGEOIS (II, *Fasc. 5)* . . 10

Histoire de l'Enseignement secondaire dans le Rhône de 1789 à 1900, par C. CHABOT et S. CHARLÉTY (II, *Fasc. 7)*. 6

Bibliographie critique de l'Histoire de Lyon, depuis les origines jusqu'à 1789, par Sébastien CHARLÉTY (II, *Fasc. 9)* . . . . 7 fr.

Bibliographie critique de l'histoire de Lyon, depuis 1789 jusqu'à nos jours, par Sébastien CHARLÉTY (II, *Fasc. 11)*. . . . . 7 fr.

Pythagoras de Rhégion, par Henri LECHAT (I, *Fasc. 14)*. 4

Les Philosophes et la Société Française au XVIII[e] siècle, par M. ROUSTAN (II, *Fasc. 16)* . . 6

Documenti per la Storia dei rivolgimenti politici del Comune di Siena, dal 1354 al 1369; pubblicati con introduzione ed indici da Giuliano LUCHAIRE (II, *Fasc. 17)* . . . . 7 fr.

Bibliographie de la Syntaxe du français, 1840-1905, par P. HORLUC et G. MARINET (II, *Fasc. 20)*. 6

Etude sur les Relations de la Commune de Lyon avec Charles VII et Louis XI (1417-1483), par L. CAILLET (II, *Fasc. 21)*. 10

Le mouvement antijacobin et antiparisien à Lyon et dans le Rhône-et-Loire en 1793 (29 mai-15 août), par C. RIFFATERRE, (II, *Fasc. 24)*. 2 vol. 10

LES CÉPHÉIDES

CONSIDÉRÉES COMME ÉTOILES DOUBLES

AVEC UNE MONOGRAPHIE

DE L'ÉTOILE VARIABLE δ CÉPHÉE

Lyon. — A. REY, Imprimeur de l'Université, 4, rue Gentil. — 61671

EXEMPLAIRE N° 306

ANNALES DE L'UNIVERSITÉ DE LYON
NOUVELLE SÉRIE
I. — *Sciences*, *Médecine*. — **Fascicule 33**

LES CÉPHÉIDES

CONSIDÉRÉES COMME ÉTOILES DOUBLES

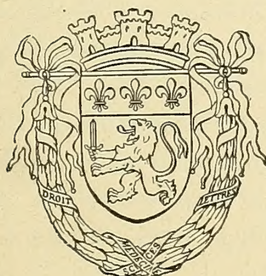
AVEC UNE MONOGRAPHIE

DE L'ÉTOILE VARIABLE δ CÉPHÉE

PAR

MICHEL LUIZET
Astronome adjoint à l'Observatoire de Lyon,
Docteur ès sciences.

Avec 23 figures dans le texte.



LYON
A. REY, IMPRIMEUR-ÉDITEUR
Rue Gentil, 4

PARIS
LIBRAIRIE GAUTHIER-VILLARS
Quai des Grands-Augustins, 55

1912

LES CÉPHÉIDES

CONSIDÉRÉES COMME ÉTOILES DOUBLES

AVEC UNE

MONOGRAPHIE DE L'ÉTOILE VARIABLE δ CÉPHÉE

INTRODUCTION

---

1. — L'étude des ÉTOILES VARIABLES s'est beaucoup développée depuis une trentaine d'années, et constitue actuellement une des branches les plus importantes de l'astronomie stellaire.

Des travaux remarquables ont démontré que les étoiles à variation lumineuse discontinue du type Algol, et celles à variation lumineuse continue du type β Lyre, sont des *systèmes binaires*, et des méthodes de calcul permettent d'obtenir les éléments de l'Orbite relative de l'une des composantes autour de l'autre supposée fixe[1]. Mais on est beaucoup moins avancé au sujet des autres étoiles variables, et en particulier de celles appartenant au type δ Céphée, désignées sous le nom de *Céphéides*, que la spectroscopie a montré être également des systèmes doubles.

2. — CARACTÈRES DES CÉPHÉIDES. — Les variations lumineuses des Céphéides présentent un certain nombre de caractères qui

[1] Ch. André, *Traité d'Astronomie stellaire*, 2e partie, chap. XVII et XVIII.

permettent de les distinguer nettement des autres types d'étoiles variables.

Ces caractères sont les suivants :

1° Leur éclat varie d'une façon continue.

2° L'amplitude de leurs variations est le plus ordinairement voisine d'une grandeur stellaire.

3° Leurs durées de période de variation sont courtes ; beaucoup même sont inférieures à un jour.

4° Dans une même période de changement d'éclat, il ne se produit qu'*un seul maximum* et *un seul minimum*.

5° Leur éclat augmente en général plus rapidement qu'il ne diminue.

6° Elles ont toutes une couleur blanc-jaunâtre comparable à celle du soleil.

7° Elles ne sont pas également réparties dans tout le ciel : la plupart se rencontrent dans la voie lactée ou dans son voisinage.

3. — Liste des variables de cette classe. — La liste ci-après contient toutes les étoiles variables, présentant ces caractères. J'en ai exclu un nombre assez grand d'étoiles, reconnues variables à courte période, mais que l'insuffisance des observations ne permet pas de classer sûrement parmi les Céphéides ; elles sont pour la plupart situées dans l'hémisphère Sud et figurent dans le deuxième catalogue d'étoiles variables de l'observatoire d'Harvard College [1].

[1] *Annals of the Astronomical Observatory of Harvard College*, vol. LV, part. I et II.

ÉTOILES		PÉRIODE	GRANDEURS		TYPE SPECTR.
			M	m	
		j.	m.	m.	
SY	Cassiopée	0,70	9,2	10,0	
SW	Andromède	0,44	8,9	9,9	
RR	Baleine	0,55	8,4	8,9	
RW	Cassiopée	14,80	9,0	11,0	
V	Bélier	0,99	8,2	8,8	
SU	Cassiopée	1,95	6,2	6,5	F
RW	Girafe	16,4	9,0	10,0	
SX	Persée	4,29	10,2	11,0	
SV	Persée	11,06	8,5	9,8	
SU	Cocher	2,26	8,6	9,6	
U	Lièvre	0,58	9,0	10,0	
RX	Cocher	11,63	7,2	8,1	
SX	Cocher	1,53	7,4	8,0	
SY	Cocher	10,9	9,0	10,0	
Y	Cocher	3,86	8,7	9,7	
SV	Gémeaux	4,01	9,5	11,0	
RZ	Gémeaux	5,53	9,5	11,5	
RS	Orion	7,6	8,3	9,0	
T	Licorne	27,01	6,1	7,8	G
RT	Cocher	3,75	5,0	5,5	F
W	Gémeaux	7,92	6,7	7,6	
ζ	Gémeaux	10,15	3,7	4,5	G
RU	Girafe	22,17	8,0	9,1	
RR	Gémeaux	0,40	10,0	11,5	
X	Poupe	25,95	8,0	9,0	G 5 K
RS	Poupe	41,31	6,9	8,0	K
V	Carène	6,69	7,4	8,1	G 5 K
T	Voiles	4,64	7,6	8,5	G 5 K
V	Voiles	4,37	7,5	8,2	G 5 K
S	Machine pneumatique	0,32	6,7	7,3	F
W	Grande Ourse	0,17	7,9	8,7	
l	Carène	35,52	3,6	5,0	G
RR	Lion	0,45	9,1	10,1	
Y	Carène	3,64	8,1	8,6	G

Parmi les 93 étoiles contenues dans cette liste, 21 ont une durée de période inférieure à 1 jour ; pour 48, elle est comprise entre 1 et 10 jours, et pour 24 elle surpasse 10 jours. La durée de période la plus courte est celle de XX Cygne (0 j. 13), et la plus longue celle de RS Poupe (41 j. 31).

ÉTOILES		PÉRIODE	GRANDEURS		TYPE SPECTR.
			M	m	
		j.	m.	m.	
U	Carène	38,74	6,7	8,0	K
ST	Grande Ourse	8,8	8,2	9,0	
S	Mouche	9,66	6,4	8,3	K 5 M
T	Croix	6,73	6,8	7,6	K 5 M
R	Croix	5,83	6,8	8,0	K 5 M
R	Mouche	0,88	6,5	7,6	K
S	Croix	4,69	6,5	7,6	K 5 M
W	Vierge	17,27	8,9	10,1	
RV	Grande Ourse	0,47	9,2	9,7	
RR	Centaure	0,30	7,4	7,8	F
V	Centaure	5,49	6,5	7,8	G 5 K
RU	Bouvier	0,49	12,8	14,5	
R	Triangle austral	3,39	6,7	7,4	G 5 K
U	Equerre	12,65	8,7	9,8	G
S	Triangle austral	6,32	6,4	7,4	G 5 K
U	Triangle austral	2,57	7,7	8,4	F 5 G
S	Equerre	9,75	6,6	7,5	G
RW	Dragon	0,44	10,5	11,3	
RV	Scorpion	6,06	6,8	7,9	F 5 G
ST	Ophiuchus	0,45	10,0	11,1	
X	Sagittaire	7,01	4,0	6,0	F 8 G
RY	Scorpion	20,32	7,5	9,0	F 2 G
Y	Ophiuchus	17,12	6,2	7,0	G
S	Autel	0.45	9,0	9,8	
W	Sagittaire	7,60	4,8	5,8	F 5 G
Y	Sagittaire	5,77	5,8	6,6	G
U	Sagittaire	6,74	7,0	8,3	F 5 G
κ	Paon	9,09	3,8	5,2	F 5 G
SZ	Aigle	17,14	8,8	10,5	
TT	Aigle	13,75	7,6	9,0	
RR	Lyre	0,57	7,2	8,1	F
U	Aigle	7,02	6,4	7,1	G
XZ	Cygne	0,47	8,6	9,3	
U	Petit Renard	7,99	6,9	7,6	K 5 M
SU	Cygne	3,85	6,6	7,4	F 5 G
η	Aigle	7,18	3,5	4,7	G
S	Flèche	8,38	5,6	6,4	G
X	Petit Renard	6,32	8,2	10,0	

ÉTOILES	PÉRIODE	GRANDEURS		TYPE SPECTR.
		M	m	
	j.	m.	m.	
XX Cygne	0,13	9,2	10,1	
RW Aigle	7,87	8,3	9,6	F
SZ Cygne	15,11	8,7	10,0	K
X Cygne	16,38	6,4	7,5	Pec.
T Petit Renard	4,44	5,5	6,5	F
UY Cygne	0,56	9,5	10,4	
VX Cygne	20,12	9,0	10,0	
TX Cygne	14,71	8,7	10,0	
VY Cygne	7,86	8,8	9,5	
W Cygne	0,99	5,6	6,4	
VZ Cygne	4,86	8,2	9,2	
Y Lézard	4,32	8,6	9,2	
δ Céphée	5,37	3,6	4,3	G
W Céphée	6,44	7,3	8,3	
Z Lézard	10,88	8,3	9,0	
RR Lézard	6,43	8,8	9,6	
V Lézard	4,98	8,5	9,5	
X Lézard	5,44	8,2	8,7	
SW Cassiopée	5,44	9,2	10,2	
RS Cassiopée	6,20	9,0	10,0	
RY Cassiopée	12,12	9,1	10,0	

4. — Données fournies par l'analyse spectrale des Céphéides. — L'analyse spectrale des quelques Céphéides suffisamment brillantes pour que leur spectre puisse être photographié a révélé un certain nombre de caractères communs à toutes ces étoiles :

1° Le spectre des étoiles du type δ Céphée est toujours *unique*. On n'a jamais constaté de dédoublement de raies dans aucun d'eux ; mais tous ont montré des déplacements périodiques de certaines lignes, dont la durée de période est la même que celle des changements d'éclat de l'étoile. Ceci indique sans ambiguïté, que les Céphéides sont des systèmes doubles dont une des composantes est lumineuse, l'autre obs-

cure ou trop peu brillante pour que son spectre puisse être photographié ; et, en outre, que la composante brillante effectue sa révolution, autour de son compagnon sombre supposé fixe, dans le même temps qu'elle accomplit une période de variation d'éclat.

La mesure des déplacements périodiques des raies du spectre permet, par l'application du principe de Doppler-Fizeau, d'obtenir la courbe représentant à chaque instant la composante, suivant la direction du rayon visuel, de la vitesse orbitale du corps brillant. Cette courbe est désignée sous le nom de *courbe des vitesses radiales* de l'étoile.

2° M. Sebastian Albrecht[1] a mis en évidence le fait important suivant : Le maximum d'éclat d'une étoile variable du type δ Céphée coïncide sensiblement avec le maximum de vitesse radiale, lorsque l'étoile s'approche de nous, et le minimum d'éclat avec le maximum de vitesse radiale lorsque l'étoile s'éloigne de nous. Ce fait, d'abord vérifié par M. Albrecht pour dix étoiles en comparant leurs courbes de vitesse radiale à leurs courbes de lumière, l'a été depuis pour trois autres par M. Duncan[2]. Le résultat de ces 13 comparaisons est donné ci-dessous, où les différences Δ_1 représentent les intervalles de temps séparant le maximum de vitesse radiale *négative* du maximum d'éclat, et Δ_2 ceux qui séparent le maximum de vitesse radiale *positive* du minimum d'éclat.

	Période	Δ_1	Δ_2
	jours	jours	jours
RT Cocher	3,73	+ 0,16	+ 0,36
ζ Gémeaux	10,15	— 0,2	
l Carène	35,53	— 2 1/2 ±	
X Sagittaire	7,01	— 0,2 ±	— 1,3 ±
Y Ophiuchus . . .	17,12	— 1,3	+ 0,5 ±
W Sagittaire	7,59	— 0,1	+ 0,2
Y Sagittaire	5,77	+ 0,78	+ 0,1 ±

[1] S. Albrecht, *Lick Observatory Bulletins*, vol. IV, p. 138, 1907.
[2] J.-C. Duncan, *Lick Observatory Bulletins*, vol. V, n° 151.

	Période	Δ1	Δ2
	jours	jours	jours
U Aigle	7,02	— 0,5	
SU Cygne	3,85	+ 0,22	+ 0,02
η Aigle	7,18	— 0,2	
S Flèche	8,38	— 0,22	+ 0,4
T Petit Renard	4,44	+ 0,3	+ 0,1
δ Céphée	5,37	+ 0,2 ±	

Les écarts Δ_1 et Δ_2 sont en général faibles ; en outre, les étoiles qui figurent dans le tableau précédent ont des courbes de lumière de formes diverses et des durées de période très différentes ; et, comme la règle établie par M. Albrecht n'a pas encore supporté d'exception, il semble qu'on puisse admettre qu'elle est générale pour toutes les Céphéides, même pour celles qui échappent aux investigations du spectroscope à cause de leur faible éclat.

3° Tous les spectres des Céphéides appartiennent au type solaire ou à un type très voisin.

4° D'après M. Albrecht[1], il y a, dans ces étoiles, une plus grande richesse de radiation photographique, relativement à la radiation visuelle, au maximum qu'au minimum d'éclat. Cela est confirmé par les observations de M. Wilkens[2] qui, pour cinq étoiles, trouve que l'amplitude photographique d'éclat est d'environ 1,5 fois plus grande que l'amplitude visuelle.

5. — Classification des Céphéides. — Les courbes de lumière représentant les changements d'éclat des étoiles variables du type δ Céphée, peuvent être séparées en deux groupes : dans l'un entrent toutes les étoiles dont les courbes de lumière montrent, dans la branche *descendante*, soit un ralentissement plus ou moins marqué dans la diminution d'éclat, soit un maximum secondaire ; telles sont par exemple

[1] S. Albrecht, A spectrographic study of the fourth-class variable stars Y Ophiuchi and T Vulpeculae (*The Astrophysical Journal*, vol. XXV, p. 330).
[2] Wilkens, *Astronomische Nachrichten*, n° 172, p. 305, 1906.

les étoiles η Aigle, S Flèche, W Gémeaux, etc...; l'autre groupe comprend toutes les Céphéides ayant une courbe de lumière *régulière*, c'est-à-dire ne présentant pas d'accident secondaire pendant la diminution d'éclat. (Il n'y a pas d'exemple de courbe de lumière d'une Céphéide dont la branche *ascendante* soit affectée par quelque irrégularité.)

6. — Dans le présent travail, je m'occuperai seulement des Céphéides qui possèdent une courbe de lumière *régulière*. J'établirai d'abord, d'après l'ensemble des nombreuses observations de δ Céphée, l'état actuel de nos connaissances sur ses variations lumineuses ; puis je chercherai à obtenir les éléments orbitaux de cette étoile *double*, en prenant sa courbe de lumière comme *seule donnée ;* enfin j'appliquerai à un certain nombre de Céphéides, convenablement choisies d'après la forme de leur courbe de lumière, la méthode de calcul établie pour δ Céphée.

7. — Il y a environ quatorze ans que M. Ch. André, directeur de l'Observatoire de Lyon, en même temps qu'il préparait la publication de son remarquable traité d'*Astronomie stellaire*, créait dans son établissement un service astronomique jusqu'alors exclu des travaux habituels des Observatoires français : *l'étude des étoiles variables.* Je tiens à dire ici combien je lui suis reconnaissant d'avoir bien voulu me le confier, et je le prie d'agréer l'expression de ma vive gratitude pour les encouragements et les conseils éclairés qu'il m'a prodigués au cours de ce travail.

Ce travail était à l'impression lorsque M. Ch. André est mort subitement, le 6 juin 1912. J'adresse ici un souvenir bien affectueux à ce maître vénéré dont la mémoire restera profondément gravée dans le cœur de ses élèves et de ses collaborateurs; et je prie M. Lebeuf, directeur de l'Observatoire de Besançon, qui a la bonté de vouloir bien le remplacer dans le jury de ma thèse, d'agréer l'hommage de ma vive reconnaissance.

MONOGRAPHIE
DE L'ÉTOILE VARIABLE δ CÉPHÉE

CHAPITRE PREMIER

HISTORIQUE

8 — Découverte de la variabilité de δ Céphée. — Dans une lettre datée du 28 juin 1785, Goodricke annonçait à l'astronome royal Maskelyne[1], la découverte de la variation d'éclat de l'étoile δ Céphée, et lui faisait part des résultats de ses premières observations, parmi lesquels le plus important était la parfaite régularité des changements de lumière de cette étoile dans une période qu'il évaluait à $5^j 8^h 37^m 5$.

Peu de jours après sa découverte (19 octobre 1784), Goodricke pria un de ses amis, Pigott, de suivre indépendamment les variations de δ Céphée ; et ces deux astronomes réunirent ainsi 179 observations entre le 19 octobre 1784 et le 25 septembre 1785.

Au commencement du siècle suivant, on trouve les observations de Westphal, puis de Heis ; et, à partir de 1840, commence la longue série d'évaluations d'éclat faites par Argelander, d'après la célèbre méthode qu'il venait d'imaginer pour observer les étoiles variables o Baleine et Algol, et qui, de nos jours, est encore la plus employée.

[1] *Philosophical Transactions for 1786*, p. 48.

C'est exclusivement par cette méthode[1] que j'observe les étoiles variables depuis quatorze ans. Elle permet d'obtenir tous les éléments de la variation lumineuse d'une étoile, sauf cependant son éclat absolu, éclat qu'il sera toujours possible de déterminer ultérieurement lorsque ceux des étoiles de comparaison seront connus.

9. — Durée de période. — Eléments. — La durée de période est l'élément le plus important de la variation d'éclat d'une étoile, puisque c'est d'elle que dépendent tous les autres : aussi on conçoit qu'on cherche à la déterminer fréquemment à mesure que les observations devenant plus nombreuses et embrassant un plus grand nombre de périodes, permettent d'obtenir sa valeur avec plus de précision.

Nous avons vu que la valeur de celle de δ Céphée que Goodricke avait tirée de ses premières observations était $5^j\ 8^h\ 37^m5$. Argelander a discuté plus tard les 179 évaluations d'éclat de Goodricke et Pigott, et en a obtenu une valeur notablement plus forte, mais qui comporte une grande incertitude. Les durées de période provenant séparément des maxima et des minima sont :

D'après les maxima : $5^j\ 8^h 48^m 38^s 2 \pm 1^m 51^s 5$ et

D'après les minima : $5^j\ 8^h 48^m 52^s 0 \pm 1^m 31^s 6$.

Ces deux valeurs sont assez concordantes, mais elles sont affectées d'erreurs probables considérables. Cette imprécision s'explique, lorsqu'on se reporte aux mémoires publiés par Goodricke dans les *Philosophical Transactions for 1786*, qui contiennent le détail de ses observations et de celles de son ami Pigott. Les comparaisons de l'éclat de δ Céphée à ceux des étoiles ζ, ι, ε Céphée et 7 Lézard y sont données par des appréciations dont voici quelques exemples pris au hasard :

[1] Ch. André, *Astronomie stellaire*, vol. I, p. 105.

« 1784 *novembre 10.* A 11^h et à 12^h 1/2 : un peu plus faible
« que ζ Céphée et plus brillante que 7 Lézard.
« — *novembre 11.* A 7^h et à 12^h : un peu plus brillante que
« 7 Lézard.
« — *novembre 12.* A 7^h et à 8^h 1/2 : à peu près égale
« à 7 Lézard. De 9^h 3/4 à 12^h 1/2, elle était un peu
« inférieure à 7 Lézard et plus brillante que ε Céphée. »

Ce sont ces évaluations traduites en nombres, cinquante ans plus tard, par Argelander, qui ont servi de base à sa discussion. Il n'est donc pas surprenant que les résultats qu'il en a tirés n'aient pas une bien grande précision.

Les durées de période de δ Céphée, qui ont été déterminées depuis, sont les suivantes :

Argelander	(1842),	$P = 5^j\ 8^h\ 47^m$	39^s5
Argelander	(1856),	—	40^s0
Chandler	(1890),	—	39^s3 (période variable)
Schur	(1894),	—	39^s0
Nijland	(1902),	—	45^s0 (période variable)
Meyermann.	(1904),	—	37^s7
Beliawsky	(1904),	—	38^s7

On voit que la plupart des calculateurs qui se sont occupés de la détermination des éléments de δ Céphée, s'accordent à trouver que la durée de période est constante, tandis que MM. Chandler et Nijland ont, au contraire, adopté une période variable ; d'après ces deux astronomes, la durée de période de cette étoile irait en diminuant.

Mais aucun des éléments obtenus jusqu'ici ne représente convenablement les observations faites depuis une quinzaine d'années, ainsi que je le montrerai plus tard, et j'ai dû en déterminer de nouveaux.

D'autres résultats concernant les changements de lumière de δ Céphée, qui auraient naturellement leur place dans cet historique, seront cités plus loin au cours de la discussion de l'ensemble des observations de cette étoile.

CHAPITRE II

OBSERVATIONS

10. — Observations de M. Luizet. — Le nombre des déterminations d'éclat de δ Céphée que j'ai effectuées, par la méthode d'Argelander, entre le 23 avril 1898 et le 21 février 1911, est de 1.170. Toutes les comparaisons ont été faites à l'œil nu, sauf dans quelques cas très rares où, la variable étant au voisinage de l'horizon et près de son minimum d'éclat, j'ai dû m'aider d'une jumelle marine. Ces 1.170 observations sont données dans le tableau I, où les colonnes successives contiennent :

1° Les dates et heures d'observations, en temps moyen astronomique de Paris ; 2° la phase, ou l'intervalle de temps Δt (en fractions décimales de jour) séparant chaque observation du maximum qui la précède immédiatement, l'époque de ce maximum étant calculée à l'aide d'éléments tirés de mes observations ; 3° l'éclat de la variable L exprimé en degrés de mon échelle de lumière (p. 62). Enfin, lorsque la précision de l'évaluation d'éclat a pu être influencée par la présence de nuages, de brumes, etc., j'ai placé deux points (:) à côté de l'éclat observé.

TABLEAU I

DATES	T. M. PARIS	Δt	L	DATES	T. M. PARIS	Δt	L
	h. m.	j.	degrés		h. m.	j.	degrés
1898 Avril 23	11,30	2,559	2,7	1898 Juillet 27	9,20	0,993	7,3
— Mai 23	9,55	0,354	11,4	— — 28	9,15	1,939	:5,6
— Juin 3	10,55	0,663	8,0		10,42	1,990	4,7
— — 4	10,32	1,641	4,6		10,55	2,041	3,7
— — 7	9,58	4,623	3,4	— — 30	9,13	3,928	0,7
— — 17	9,27	3,869	1,3		9,15	3,929	0,2
— — 18	9,40	4,878	8,0		10,45	3,992	1,6
— — 19	9,20	0,498	10,1	— Août 1	9,20	0,567	9,5
— — 20	9,35	1,508	6,5		10,25	0,612	10,3
— — 23	10,57	4,555	2,7	— — 2	10,0	1,595	5,6
— — 29	9,45	5,149	10,3	— — 4	9,25	4,570	:1,8
— Juillet 1	9,21	1,766	5,6		11,40	3,664	2,4
— — 3	9,40	2,779	1,1	— — 5	11,0	4,636	2,9
— — 6	9,47	1,418	7,3	— — 6	13,22	0,368	10,6
— — 7	9,46	2,417	2,3	— — 10	10,40	4,255	2,1
— — 9	9,26	4,403	2,1	— — 11	10,50	5,262	10,8
	11,40	4,496	2,7	— — 12	11,15	0,914	6,8
— — 14	10,15	4,070	1,7	— — 13	9,20	1,834	3,7
— — 15	9,13	5,027	9,8		11,40	1,931	4,2
	11,42	5,130	10,6	— — 16	10,40	4,889	4,2
— — 16	9,25	0,669	8,3	— — 17	9,0	0,454	7,8
	11,35	0,760	7,3	— — 18	9,18	1,466	6,3
— — 17	10,35	1,718	4,9		11,5	1,541	6,8
— — 18	9,52	2,688	1,9	— — 19	10,5	2,499	3,4
— — 21	9,12	0,294	11,6	— — 20	10,40	3,523	2,3
	10,15	0,296	10,8	— — 22	8,55	0,094	10,1
	11,55	0,408	10,6		11,30	0,191	10,6
— — 22	10,15	1,338	7,0	— — 23	9,30	1,108	7,0
— — 23	9,5	2,289	2,9	— — 24	9,42	2,116	5,1
	11,45	2,401	3,6	— — 26	8,20	4,059	1,9
— — 24	10,0	3,328	1,2	— — 29	8,40	1,707	6,3
— — 25	9,32	4,308	1,4		9,52	1,757	6,7
	11,50	4,404	2,7		11,30	1,825	6,3
— — 26	9,16	5,297	10,6	— — 30	8,12	2,688	:2,4
	11,0	0,002	11,6		11,40	2,832	2,4

DATES	T. M. PARIS	Δt	L	DATES	T. M. PARIS	Δt	L
	h. m.	j.	degrés		h. m.	j.	degrés
1898 Août 31	9,20	3,735	1,2	1898 Décem. 16	5,20	3,240	2,7
— Septem. 5	10,45	3,427	2,0	— — 20	5,25	1,878	6,0
— — 6	8,12	4,321	2,7	— — 21	8,28	3,005	2,9
	11,45	4,469	3,7	— — 22	5,20	3,874	2,4
— — 7	8,30	5,333	12,3	— — 23	5,20	4,874	6,5
	11,0	0,071	12,1	— — 24	5,20	0,507	9,9
— — 9	10,22	2,045	5,6	— — 25	9,0	1,660	7,0
— — 12	9,25	5,005	8,3	— — 26	5,20	2,507	3,4
— — 13	8,35	0,605	7,3	— — 27	8,5	3,622	1,4
— — 14	8,30	1,601	5,8	— — 28	8,28	4,638	4,1
— — 19	8,5	1,217	7,0	1899 Janvier 5	10,5	1,972	3,2
	12,5	1,385	6,8	— — 6	7,30	2,864	:1,9
— — 20	9,30	2,276	3,7	— — 9	8,10	0,526	:8,0
— — 21	8,0	3,213	1,6	— — 15	11,55	1,317	9,0
	12,0	3,380	1,6	— — 17	5,50	3,063	:1,9
— — 26	10,15	2,941	2,1	— — 18	6,0	4,070	2,6
— — 28	8,2	4,849	8,0		8,55	4,192	1,9
— — 29	8,50	0,516	10,3		12,0	4,320	:2,2
	11,35	0,631	7,8	— — 19	7,15	5,122	9,5
— Octobre 12	10,35	2,856	2,6	— — 20	10,0	0,870	7,0
— — 20	9,5	0,060	10,3	— — 21	8,20	1,800	4,7
— — 22	9,30	2,078	3,9	— Février 3	8,15	4,065	1,4
— — 26	9,2	0,692	8,0	— — 16	6,40	0,899	6,8
— Novemb. 2	9,10	2,331	4,6	— — 18	8,10	2,961	1,2
	12,5	2,452	3,4	— — 20	8,2	4,956	8,5
— — 3	6,0	3,199	2,4	— — 21	8,5	0,592	7,0
— — 8	11,0	3,041	1,9	— — 22	8,0	1,588	:4,8
— — 9	8,15	3,927	0,7	— — 24	6,30	3,5[illegible]6	0,5
— — 10	8,5	4,920	7,8	— — 25	6,45	4,536	5,3
— — 14	9,48	3,624	0,2	— — 26	6,50	0,174	9,5
— Décemb. 5	5,15	2,970	3,1	— — 27	8,5	1,226	:5,2
	12,0	3,251	3,1	— — 28	8,8	2,228	:3,2
— — 6	5,15	3,970	2,2	— Mars 2	6,45	4,170	0,7
	8,10	4,091	1,6	— Mai 1	11,30	5,337	:11,4
— — 7	8,30	5,105	:10,1	— — 2	11,20	0,964	:8,0
— — 8	8,5	0,721	8,3	— — 4	10,25	2,926	:3,2
— — 10	6,5	2,637	2,0	— — 5	10,40	3,936	0,6
	9,15	2,769	1,4	— — 6	9,50	4,902	4,2
— — 11	6,30	3,738	2,4	— — 9	10,30	2,563	2,9
— — 12	5,55	4,631	4,9	— — 17	9,20	5,148	9,0

DATES	T. M. PARIS	Δt	L	DATES	T. M. PARIS	Δt	L
	h. m	j.	degrés		h. m.	j.	degrés
1899 Mai 17	11,20	5,231	10,2	1899 Juillet 28	9,30	2,026	4,9
— — 26	10,50	3,477	1,2	— — 29	10,50	3,081	1,5
— — 27	10,5	4,446	3,4	— — 31	9,50	5,040	8,3
	12,0	4,526	3,1	— Août 3	9,15	2,648	4,2
— — 29	10,38	1,103	7,8	— — 5	10,5	4,683	4,6
	11,40	1,126	7,4	— — 9	8,50	3,265	1,7
— — 30	10,45	2,150	7,0	— — 10	10,15	4,324	1,7
— — 31	10,25	3,094	2,4	— — 11	8,50	5,265	11,3
— Juin 1	10,0	4,077	0,9	— — 12	9,20	0,920	7,3
— — 2	10,15	5,087	10,6	— — 17	9,20	0,553	10,6
— — 3	9,45	0,700	8,5	— — 18	9,20	1,553	5,1
— — 6	9,40	3,738	0,7		9,45	1,612	5,1
— — 7	11,0	4,752	:4,4	— — 19	8,35	2,522	3,1
— — 9	9,10	1,309	5,7	— — 21	9,35	4,563	5,6
— — 10	10,30	2,364	4,2	— — 22	9,0	0,173	11,0
— — 11	9,35	3,326	0,2	— — 23	9,20	1,187	7,5
— — 12	9,40	4,330	2,9	— — 24	9,55	2,211	3,1
	10,10	4,351	2,2	— — 31	8,0	3,764	:1,3
— — 14	9,35	0,960	7,1		10,30	3,863	0,7
— — 15	9,50	1,971	3,7	— Septem. 1	9,30	4,827	5,6
— — 17	11,15	4,030	1,7	— — 4	10,50	2,516	2,4
— — 26	10,0	2,245	3,2	— — 5	9,50	3,475	1,9
— — 27	9,50	3,238	0,7	— — 25	8,30	1,953	4,7
— — 28	11,10	4,293	4,2		10,30	2,036	5,1
— — 30	9,50	0,872	8,5	— — 27	9,9	3,980	1,7
— Juillet 5	10,5	0,515	10,5	— — 28	9,0	4,974	7,8
— — 7	9,50	2,505	2,7	— — 29	10,45	0,681	8,3
— — 8	9,35	3,494	1,9	— Octobre 3	9,5	4,611	4,4
— — 9	9,20	4,484	2,7	— — 10	8,55	0,837	7,3
— — 10	10,5	0,149	12,0	— — 14	9,20	4,876	7,3
— — 11	11,30	1,208	6,1	— — 21	9,0	1,142	7,4
— — 15	10,30	5,166	11,1	— — 23	9,35	3,166	2,7
— — 16	9,30	0,758	7,3	— — 24	9,0	4,142	2,4
— — 17	10,0	1,779	4,1	— — 25	9,50	5,177	10,5
— — 18	10,15	2,789	2,0	— — 27	9,0	1,776	5,6
— — 19	10,15	3,789	0,2	— Novem. 4	8,30	4,388	1,8
— — 21	10,0	0,413	10,3	— — 7	9,20	2,057	6,2
— — 25	10,40	4,440	3,1	— — 9	8,55	4,040	2,2
— — 26	9,45	0,036	11,1	— — 11	9,5	0,680	8,7
— — 27	10,40	1,074	8,5	— — 13	9,10	2.684	4,7

DATES	T. M. PARIS	Δt	L	DATES	T. M. PARIS	Δt	L
	h. m.	j.	degrés		h. m.	j.	degrés
1899 Novem. 14	5,50	3,545	1,7	1900 Mai 28	10,0	0,162	10,6
— — 15	5,45	4,542	3,1	— — 30	11,50	2,196	3,0
— — 17	9,35	1,335	7,5	— — 31	10,0	3,162	:1,2
— — 18	9,45	2,321	2,4	— Juin 7	9,50	4,789	6,8
— — 22	9,50	0,979	7,3	— — 8	10,25	0,447	8,4
— Décem. 2	9,45	0,242	10,0	— — 9	10,20	1,444	6,3
— — 3	8,40	1,197	6,9	— — 13	10,20	0,077	11,1
— — 4	5,45	2,076	2,6	— — 15	10,5	2,066	3,9
— — 5	9,50	3,246	1,5	— — 16	11,10	3,111	2,3
— — 11	9,30	3,907	0,9	— — 18	10,40	5,090	10,9
— — 12	5,30	4,699	4,8	— — 19	10,10	0,704	9,5
— — 19	9,30	1,174	5,3	— — 21	11,20	2,752	2,4
— — 21	5,45	2,977	2,6	— — 22	10,35	3,721	0,2
— — 27	9,5	3,749	:0,7	— — 26	11,25	2,390	:3,4
1900 Janvier 10	9,5	1,650	3,4	— — 28	9,40	4,317	2,1
— — 12	8,18	3,618	1,0	— — 29	11,0	0,005	11,3
— — 19	8,50	5,273	11,3	— — 30	10,0	0,964	10,1
— — 20	9,25	0,931	7,1	— Juillet 6	10,10	1,605	4,1
— Avril 6	11,0	1,867	:4,3	— — 10	11,0	0,272	11,3
— — 12	10,35	2,484	:4,2	— — 11	10,20	1,245	6,3
— — 13	9,40	3,446	2,0	— — 16	10,15	0,875	7,8
— — 14	10,55	4,498	1,2	— — 17	11,35	1,931	2,9
— — 18	10,40	3,121	2,2	— — 18	10,0	2,865	1,6
— — 19	10,30	4,114	0,7	— — 19	11,20	3,920	0,7
— — 21	10,50	0,761	:7,0	— — 20	8,55	4,820	5,1
	11,0	0,768	7,5	— — 23	11,0	2,540	2,6
— — 23	10,40	2,754	:2,2	— — 24	10,40	3,526	0,5
— — 25	11,15	4,779	4,6	— — 26	9,10	0,097	12,0
— — 30	11,40	4,430	1,7	— — 27	10,20	1,146	:7,0
	13,5	4,489	2,4	— — 30	11,0	4,173	1,7
— Mai 2	10,40	1,021	6,1	— — 31	11,0	5,173	11,8
— — 3	10,20	2,008	3,2	— Août 1	10,45	0,797	9,5
— — 4	10,15	3,004	1,7	— — 2	9,45	1,755	4,1
— — 5	11,5	4,039	:2,7	— — 8	9,10	2,364	:2,4
— — 11	11,5	4.672	:3,2	— — 10	9,30	4,378	1,7
— — 17	9,50	5,255	10,9	— — 11	11,0	0,074	11,9
— — 19	10,35	1,919	4,1	— — 13	11,0	2,081	4,6
— — 21	11,15	3,947	1,7	— — 14	9,0	2.991	2,7
— — 22	10,50	4,929	:7,5	— — 18	9,5	1,628	3,4
— — 26	11,0	3,570	0,2	— — 28	10,0	0,934	5,1

DATES	T. M. PARIS	Δt	L	DATES	T. M. PARIS	Δt	L
	h. m.	j.	degrés		h. m.	j.	degrés
1900 Août 29	9,0	1,892	4,8	1901 Juin 24	9,19	0,387	9,9
— — 30	8,50	2,885	2,9	— — 25	9,35	1,398	6,5
— — 31	9,10	3,899	1,0	— — 26	9,30	2,395	2,7
— Septem. 1	8,40	4,878	4,6	— — 27	10,15	3,426	0,7
— — 4	8,40	1,511	4,1	— — 28	9,5	4,377	2,2
— — 5	11,0	2,608	1,7	— Juillet 2	9,40	3,036	0,7
— Octobre 3	9,30	4,715	5,6	— — 5	7,30	0,578	7,3
— — 5	9,5	1,330	6,4	— — 6	9,30	1,662	2,6
— — 6	9,55	2,365	3,6	— — 8	10,20	3,697	:1,7
— — 8	10,30	4,389	2,2	— — 9	9,30	4,662	4,1
— — 9	11,10	0,051	9,8	— — 10	9,30	0,296	9,5
— — 11	10,5	2,006	3,4	— — 11	10,25	1,334	4,6
— — 12	9,50	2,996	2,4	— — 12	10,35	2,341	3,1
— — 15	9,40	0,622	8,1	— — 15	9,15	5,285	11,3
1901 Janvier 10	8,45	1,722	1,7	— — 16	9,50	0,943	6,1
— — 14	8,25	0,342	9,6	— — 17	9,55	1,946	4,1
— — 15	8,55	1,363	5,1	— — 18	9,15	2,818	2,6
— — 16	9,0	2,366	1,2	— — 19	9,40	3,936	1,6
— — 17	9,20	3,380	0,2	— — 29	8,50	3,169	:1,7
— — 18	9,0	4,366	0,2		11,0	3,259	1,7
— — 19	8,35	5,349	10,6	— Août 2	8,55	1,806	3,2
— — 21	9,30	2,020	2,6	— — 3	9,5	2,812	1,7
— — 22	7,35	2,940	0,7	— — 9	8,45	3,433	1,6
— — 24	10,0	5,041	:7,8	— — 10	9,0	4,443	1,9
— — 31	12,30	1,413	:4,7	— — 12	9,0	1,077	7,8
— Février 15	9,0	0,167	:10,9	— — 13	9,15	2,087	2,9
— Mai 28	9,0	0,206	9,8	— Septem. 7	8,15	0,214	10,9
— — 30	9,20	2,262	:2,7	— — 8	10,15	1,297	6,8
— Juin 3	11,0	0,923	7,1	— — 10	8,55	3,242	2,7
— — 4	10,0	1,882	2,6	— — 15	10,15	2,930	1,7
— — 5	9,10	2,847	1,7	— — 16	10,35	3,944	1,2
— — 7	10,20	4,896	:5,6	— — 19	8,8	1,476	7,3
— — 10	9,30	2,494	1,2	— Octobre 10	9,10	1,053	7,1
— — 11	9,15	3,483	0,2	— — 11	8,50	2,039	4,4
	9,50	3,508	0,7	— — 12	8,50	3,039	2,2
— — 12	8,55	4,470	3,1	— — 18	10,5	3,725	1,2
— — 13	9,20	0,121	11,4	— — 21	8,45	1,303	6,3
— — 20	9,15	1,750	4,6	— — 23	8,20	3,285	1,9
— — 21	10,5	2,785	1,2	— — 24	10,46	4,387	2,4
— — 22	10,10	3,789	0,7	— — 28	9,15	2,957	3,6

DATES	T. M. PARIS	Δt	L
	h. m.	j.	degrés
1901 Octobre 29	9,47	3,980	1,7
— Novemb. 5	8,40	0,200	10,1
— — 6	9,27	1,233	:7,6
— — 12	9,0	1,848	4,4
— — 26	8,55	5,112	8,6
— — 27	9,45	0,780	8,0
— — 30	8,15	3,718	0,2
— Décemb. 5	6,10	3,264	1,2
— — 7	9,27	0,035	10,9
— — 11	9,49	4,050	0,7
— — 13	10,0	0,692	10,1
— — 18	10,35	0,349	8,6
— — 31	5,40	2,402	2,4
1902 Janvier 7	5,50	4,052	1,1
— — 8	5,50	5,052	9,0
— — 15	6,0	1,326	6,5
— — 23	8,45	4,075	:2,4
— — 30	8,55	0,359	11,7
— Mars 5	8,10	2,119	1,7
— — 6	8,0	3,112	1,7
— — 7	8,0	4,112	0,7
— Avril 29	10,45	3,563	1,2
— Mai 6	10,30	5,185	8,5
— — 14	9,30	2,412	2,2
	11,35	2,499	0,6
— — 20	9,0	3,024	0,7
— — 21	9,40	4,052	−0,8
— — 23	9,35	0,682	7,5
— — 26	9,35	3,682	−0,1
— — 27	9,18	4,670	2,7
— — 28	9,53	0,328	10,1
— Juin 2	10,20	5,347	:11,1
— — 6	11,55	4,047	0,9
— — 11	9,5	3,562	−0,4
— — 18	10,30	5,254	10,9
— — 22	9,50	3,861	0,1
— — 23	10,30	4,888	:8,5
— — 24	9,50	0,495	9,5
— — 25	10,52	1,538	5,6
— — 27	10,24	3,518	0,9

DATES	T. M. PARIS	Δt	L
	h. m.	j.	degrés
1902 Juin 30	10,35	1,159	5,1
— Juillet 2	10,36	3,160	0,9
— — 3	10,15	4,145	2,1
— — 4	10,10	5,142	8,3
— — 5	10,50	0,803	10,6
— — 6	11,50	1,845	3,6
— — 7	10,40	2,796	3,1
— — 8	10,18	3,781	1,1
— — 11	10,06	1,406	5,8
— — 22	10,05	1,673	5,6
— — 23	12,15	2,763	2,7
— — 25	9,2	4,629	3,1
	12,0	4,753	4,6
— — 26	9,38	0,287	11,6
— — 28	9,58	2,301	1,9
— — 29	10,0	3,303	0,9
— — 30	8,55	4,258	0,9
— Août 5	10,0	4,937	6,8
— — 6	10,25	0,587	8,5
— — 9	9,50	3,563	1,6
— — 18	9,15	1,806	3,9
— — 20	9,0	3,796	1,7
— — 21	11,10	4,886	7,3
— — 22	9,30	0,450	8,5
	12,10	0,561	8,8
— — 23	8,23	1,403	4,9
— — 27	10,0	0,105	10,6
— — 28	8,50	1,056	6,5
— — 30	8,23	3,030	2,4
— Septem. 1	8,50	5,056	7,5
— — 3	10,0	1,738	5,1
— — 6	8,35	4,679	3,9
— — 9	10,3	2,392	3,7
— — 14	11,0	2,047	:5,1
— — 18	8,47	0,558	10,1
— — 19	9,50	1,632	5,6
— — 20	10,8	2,644	2,9
— — 22	9,48	4,630	3,4
— — 23	9,0	0,231	:11,3
— — 26	8,35	3,214	1,6

DATES	T. M. PARIS	Δt	L	DATES	T. M. PARIS	Δt	L
	h. m.	j.	degrés		h. m.	j.	degrés
1902 Octobre 3	10,0	4,907	6,5	1903 Juin 17	10,4	4,322	2,6
— — 7	9,2	3,499	2,4	— — 19	9,55	0,949	10,1
— — 23	9,40	3,427	1,2	— — 23	10,3	5,055	8,6
— — 24	8,38	4,384	2.7	— — 24	10,32	0,609	10,1
— — 25	9,10	0,040	:11,1	— — 25	10,30	1,607	3,6
— Novem. 10	5,15	5,185	11,6	— — 26	11,8	2,634	1,6
— — 12	5,20	1,780	3,4	— — 27	10,48	3,620	1,4
— — 13	8,0	2,891	3,2	— Juillet 1	10,8	2,226	1,6
— — 20	8,35	4,550	1,2	— — 2	11,6	3,266	1,1
— — 22	5,35	1,059	8,6	— — 4	10,35	5,245	11,1
	9,50	1,236	7,0	— — 7	10,10	2,861	3,1
— Décem. 1	6,0	4,709	4,6	— — 10	10,38	0,514	11,1
— — 2	6,0	0,343	8,8		11,4	2,532	4,6
	9,55	0,506	10,1	— — 22	9,30	1,734	4,1
— — 11	5,40	4,004	0,7	— — 25	9,58	4,753	4,1
— — 13	5,55	0,648	9,8	— — 28	9,45	2,378	2,9
— — 22	5,43	4,274	2,2	— Août 1	9,4	0,983	7,6
1903 Janvier 5	5,30	2,228	1,9		12,0	1,105	7,0
— — 6	8,0	3,228	2,6	— — 3	10,5	3,025	1,1
— — 7	8,15	4,239	2,9	— — 4	9,20	3,994	1,1
— — 16	5,35	2,395	2,2	— — 6	11,10	0,704	6,8
	8,25	2,513	1,7	— — 7	10,20	1,670	5,6
— — 21	5,40	2,031	2,9	— — 10	9,0	4,714	2,9
— — 26	5,55	1,676	5,6	— — 13	11,3	2,273	4,1
— — 27	7,40	2,748	2,6	— — 15	10,0	4.290	2,1
— — 28	8,30	3,783	0,2	— — 17	8,20	0,850	6,5
— — 29	8,10	4,769	3,6	— — 19	11,0	2,964	1,7
— Février 3	9,0	4,338	2,2	— — 20	10,34	3,946	0,9
— — 6	7,30	2,008	2,6	— — 26	10,45	4,588	4,2
— — 7	8,58	3,070	:2,7	— — 27	10,10	0,197	8,5
— — 12	7,25	2,639	3,2	— — 31	8,45	4,138	1,6
— — 13	8,20	3,677	1,2	— Septem. 1	9,5	5,151	10,3
— — 16	8,25	1,314	4,2		10,50	5,224	10,6
— — 24	7,25	3,906	:0,7	— — 2	10,52	0,860	6,8
— Mai 2	10,48	1,284	4,3	— — 10	10,40	3,489	1.2
— — 13	11,45	1,591	6,0	— — 16	10,20	4,105	0,7
— — 18	11,8	1,999	4,8	— — 17	8,40	5,035	7,8
— — 22	10,30	5,172	9,5	— — 23	10,55	0,396	9,4
— — 23	11,12	0,835	6,3	— — 24	10,15	1,378	5,1
— Juin 6	9,40	4,039	0,2	— — 25	9,53	2,353	2,6

DATES	T. M. PARIS	Δt	L	DATES	T. M. PARIS	Δt	L
	h. m	j.	degrés		h. m.	j.	degrés
1903 Septem. 26	10,4	3,360	1,7	1904 Mai 10	9,45	5,043	7,5
— — 28	9,55	5,354	11,1	— — 13	9,30	2,666	: 1,7
— Octob. 2	7,45	3,898	0,7	— — 16	10,35	0.261	: 10,0
— — 6	9,40	2,612	: 4,6	— — 21	9,10	5,202	: 10,1
— — 7	10,0	3,626	2,2	— — 24	9,20	2,843	: 1,2
— — 10	10,0	1,259	7,0	— — 28	9,30	1,484	4,2
— — 13	8,10	4,182	2,7	— Juin 4	10,30	3,158	0,2
— — 19	9,45	4,882	7,3	— — 6	10,5	5,141	9,8
— — 24	9,10	4,491	4,4	— — 7	10,10	0,779	8,9
— Novemb. 6	9,5	1,388	6,6	— — 14	11,15	2,457	2,6
— — 13	8,5	2,981	3,2	— — 16	10,40	4,474	2,9
— — 14	9,35	4,043	0,7	— — 20	10,25	3,056	2,3
— — 24	8,30	3,265	2,6	— — 22	10,20	5,053	10,1
— — 28	8,20	1,892	4,6	— — 23	10,20	0,687	9,6
— Décemb. 7	5,40	0,048	10,1	— — 27	9,30	4,652	3,0
— — 8	8,10	1,152	7,1	— — 28	10,25	0,323	10,1
— — 14	8,30	1,800	2,7	— Juillet 2	10,30	4,326	1,2
— — 23	6,20	5,344	10,8	— — 4	9,40	0,926	5,8
1904 Janvier 2	7,30	4,658	2,9	— — 5	10,15	1,950	3,3
— — 4	6,15	1,240	6,3	— — 6	11,15	2,992	1,2
	8,40	1,341	6,0	— — 7	10,5	3,943	0,7
— — 9	9,15	0,999	: 6,8	— — 8	10,35	4,964	7,5
— — 14	8,5	0,584	8,5	— — 9	9,5	0,534	10,1
— — 19	8,50	0,249	9,0	— — 13	9,50	4,566	2,6
— — 23	5,50	4,124	−0,3	— — 14	12,0	0,290	11,1
	8,15	4,225	0,2	— — 15	10,10	1.214	7,0
— Février 6	7,45	2,105	2,7	— — 18	11,5	4,252	1,1
— — 11	8,15	1,759	3,6	— — 19	10,10	5,214	10,1
— — 13	8,0	3,748	0,2	— — 20	10,40	0,868	6,8
— — 19	8,30	4,403	: 2,2	— — 21	8,50	1,792	2,4
— — 24	6,25	3,950	1,7	— — 25	9,15	0,442	9,0
— — 27	7,50	1,842	: 4,2	— — 28	9,15	3,442	0,2
— Avril 16	10,45	2,425	: 2,7	— — 29	9,30	4,453	1,7
— — 26	10,0	1,703	4,2	— — 30	10,20	0,122	9,8
— — 27	10,45	2,734	1,2	— Août 2	9,0	3,066	1,6
— — 28	10,50	3,737	−0,3	— — 4	9,0	5,066	8,5
— — 29	10,5	4,706	4,7	— — 5	9,0	0,699	6,8
— — 30	13,30	0,481	10,4	— — 6	10,55	1,779	3,2
— Mai 5	9,15	5,304	10,2	— — 8	10,30	3,761	0,7
— — 9	11,20	4,025	0,2	— — 12	9,15	2,343	2,1

DATES	T. M. PARIS	Δt	L
	h. m.	j.	degrés
1904 Août 13	9,40	3,361	1,7
— — 14	9,10	4,340	2,4
— — 16	8,50	0,960	6,3
— — 18	9,10	2,974	2,1
— — 19	9,25	3,984	0,2
— — 26	8,15	0,203	11,3
— — 27	8,20	1,206	6,6
— Octobre 3	10,30	0,731	7,5
— — 13	9,30	5,324	10,6
— — 15	8,55	1,933	3,4
— — 21	9,5	2,573	2,1
— — 24	10,30	0,366	9,6
— — 25	8,20	1,176	5,6
— — 26	8,10	2,169	2,2
— — 27	9,15	3,214	0,7
— — 28	9,0	4,204	1,7
— — 29	8,25	5,180	9,1
— Novemb. 4	8,15	0,440	9,5
— — 12	9,50	3,139	3,4
— — 14	8,35	5,087	9,3
— — 15	5,35	0,596	8,0
	8,20	0,710	8,5
— — 16	8,55	2,735	3,6
— — 17	6,25	2,630	2,9
	9,0	2,738	2,6
— — 18	6,25	3,630	1,2
	9,10	3,745	1,2
— — 19	5,40	4,599	2,7
— — 20	6,15	0,257	7,8
— — 23	8,50	3,365	1,6
— — 25	5,30	5,226	11,4
— — 28	9,20	3,019	1,2
— Décem. 12	5,45	0,771	7,0
— — 17	5,45	0,405	7,5
	8,15	0,509	7,6
— — 21	6,0	4,415	1,2
— — 22	6,0	0,048	10,1
	8,45	0,163	10,1
— — 23	6,0	1,048	8,5
	9,5	1,176	6,8
1904 Décem. 24	5,45	2,038	3,6
	8,45	2,163	2,9
1905 Janvier 3	5,20	1,288	5,6
	8,10	1,406	5,6
— — 9	9,15	2,084	3,7
— — 10	8,0	3,032	3,3
— — 11	8,10	4,039	0,7
	11,10	4,164	0,7
— — 13	8,20	0,680	7,3
	10,5	0,743	7,0
— — 14	8,5	1,670	4,1
— — 20	8,35	2,324	:2,2
— — 21	8,30	3,320	0,2
— — 24	8,35	0,958	9,6
— — 25	8,35	1,958	4,1
— — 26	8,0	2,933	0,7
— — 27	8,10	3,940	0,7
— — 31	8,55	2,606	2,2
— Février 3	7,40	0,186	10,1
— — 6	8,25	3,218	0,2
— — 8	8,50	5,235	10,8
— — 13	8,35	4,859	4,8
— — 16	7,50	2,460	2,2
— — 22	8,0	3,101	0,2
— — 23	8,30	4,122	0,2
— — 24	7,50	5,094	10,6
— — 25	7,30	0,714	7,3
— — 27	8,20	2,749	2,7
— — 28	7,5	3,697	0,7
— Mars 10	6,45	2,950	2,6
— — 11	8,25	4,020	0,7
— — 23	8,25	5,287	:11,7
— — 24	9,0	0,945	:7,0
— Avril 12	9,0	3,846	1,2
— — 26	10,20	1,802	:4,2
— — 27	10,30	2,808	2,7
— Mai 9	9,35	4,038	2,2
— — 10	10,15	5,066	6,5
	12,0	5,139	7,5
— — 11	11,40	0,758	6,8

DATES	T. M. PARIS	Δt	L	DATES	T. M. PARIS	Δt	L
	h. m.	j.	degrés		h. m	j.	degrés
1905 Mai 13	9,55	2,785	1,2	1905 Septem. 5	8,15	4,922	6,5
— — 23	9,30	1,929	3,2		11,25	5,054	7,5
— — 25	9,45	3,945	1,2	— Octobre 6	8,45	3,745	1,7
— — 27	10,0	0,590	11,5	— — 10	9,0	2,388	3,1
	11,50	0,666	:7,6	— — 11	8,20	3,360	2,2
— — 29	10,45	2,621	2,7	— — 17	10,0	4,064	2,2
— — 30	10,5	3,593	0,2	— — 21	8,30	2,634	2,4
	12,5	3,676	0,2	— — 23	8,40	4,641	3,4
— Juin 2	9,30	1,203	5,6	— — 25	8,50	1,282	7,3
	11,50	1,300	5,1	— — 26	9,0	2,289	3,1
— — 20	9,40	3,110	2,1	— — 27	9,0	3,289	1,7
	12,0	3,207	1,7	— — 28	5,55	4,161	0,3
— — 21	9,50	4,117	1,2		9,0	4,289	1,2
	11,30	4,186	1,2	— Novem. 7	8,50	3,549	2,1
— — 22	9,10	5,089	9,5	— — 8	5,50	4,424	2,6
	11,25	5,183	10,6	— — 9	9,30	0,211	9,5
— — 28	9,25	1,367	:8,0	— — 10	5,50	1,058	6,5
— Juillet 3	11,10	0,073	12,4	— — 17	5,30	2,678	3,6
— — 8	9,50	5,018	10,8	— — 20	9,30	0,478	9,9
	12,0	5,108	10,6	— — 21	6,20	1,346	6,6
— — 10	10,0	1,659	5,6		9,0	1,457	6,5
— — 11	9,20	2,631	2,7	— — 30	5,50	4,949	7,8
— — 12	9,35	3,641	0,7	— Décem. 11	6,0	5,233	11,1
— — 13	9,45	4,648	2,9		8,15	5,327	10,8
— — 18	9,10	4,258	1,2	— — 12	6,10	0,874	6,5
— — 19	9,35	5,275	10,8	— — 13	6,10	1,874	3,2
— — 20	9,10	0,891	9,6	— — 18	6,0	1,500	4,7
	11,15	0,978	9,0	— — 19	6,5	2,503	3,2
— — 21	9,30	1,905	3,9	— — 26	6,10	4,141	1,2
— — 25	9,25	0,535	8,1	1906 Janvier 6	5,40	4,387	2,6
— — 26	11,5	1,605	5,6		10,45	4,599	3,1
— Août 2	9,10	3,158	2,2	— — 11	8,30	4,139	0,2
— — 3	9,10	4,158	3,6	— — 16	5,50	3,661	0,7
— — 13	8,30	3,398	0,7	— — 17	8,15	4,762	4,6
— — 19	10,25	4,111	2,1	— — 20	6,5	2,305	4,1
— — 20	8,25	5,028	6,8	— — 23	8,25	0,036	11,3
— — 21	8,50	0,679	7,1	— — 24	6,20	0,949	7,5
— — 31	9,10	5,326	8,3	— — 29	6,0	0,569	6,6
— Septem. 1	9,0	0,953	6,5	— — 31	8,0	2,652	3,2
— — 4	9,25	3,970	1,6	— Février 7	8,0	4,285	:1,7

DATES			T. M. PARIS	Δt	L
			h. m.	j.	degrés
1906	Février	20	8,10	1,194	5,6
—	—	22	8,15	3,198	:1,2
—	—	24	8,10	5,194	:9,6
—	Mars	5	8,0	3,454	:2,2
—	—	6	7,15	4,423	1,7
—	Mai	25	9,15	4,010	1,2
—	—	26	9,5	5,003	6,1
—	—	30	11,20	3,371	2,6
—	Juin	6	9,0	5,267	10,3
—	—	7	11,5	0,988	:7,5
—	—	8	11,30	2,005	4,7
—	—	9	10,0	2,943	1,7
—	—	11	10,10	4,950	9,5
—	—	12	9,15	0,544	8,8
—	—	13	9,0	1,534	3,2
			11,15	1,628	2,9
—	—	15	9,30	3,555	:0,2
—	—	16	11,40	4,645	3,1
—	—	21	11,30	4,272	2,2
—	—	22	11,5	5,255	10,6
—	—	25	10,10	2,858	2,2
—	—	26	11,45	3,917	1,7
—	—	27	9,15	4,812	6,5
—	—	30	9,10	2,442	2,6
—	Juillet	7	9,30	4,090	0,2
—	—	9	11,10	0,692	6,1
—	—	10	9,15	1,712	4,6
—	—	11	9,30	2,723	2,6
—	—	13	9,25	4,719	3,2
—	—	16	11,15	2,430	3,9
—	—	17	9,0	3,336	1,6
—	—	19	9,5	5,339	10,3
—	—	21	9,0	1,970	2,4
—	—	28	9,15	3,613	1,2
			11,5	3,690	1,7
—	—	30	9,50	0,272	8,6
—	Août	2	9,5	3,240	1,2
—	—	4	10,10	5,286	12,1
—	—	7	9,55	2,908	1,7
—	—	8	9,15	3,879	0,7

DATES			T. M. PARIS	Δt	L
			h. m.	j.	degrés
1906	Août	28	8,10	2,370	1,7
—	—	29	8,25	3,381	0,7
—	—	30	9,10	4,412	2,7
—	—	31	8,40	0,025	10,0
—	Septem.	1	9,30	1,060	5,6
—	—	3	8,55	3,036	2,6
			11,30	3,143	2,4
—	—	4	8,10	4,004	0,7
—	—	8	9,0	2,672	3,1
—	—	10	9,0	4,672	6,0
—	—	12	8,15	1,275	6,0
			11,15	1,400	5,8
—	—	13	8,50	2,999	4,1
—	—	14	9,30	3,327	1,6
—	—	19	8,20	2,911	1,2
—	—	22	8,10	0,538	:10,8
—	—	24	9,20	2,587	2,7
—	—	25	9,10	3,580	1,7
—	—	26	7,50	4,516	3,1
—	—	27	9,15	0,217	12,1
—	—	28	8,55	1,204	5,1
—	Octobre	6	9,15	3,850	1,2
—	—	8	9,30	0,495	9,8
—	—	9	8,40	1,460	5,8
—	—	11	9,50	3,509	− 0,3
—	—	12	6,10	4,356	2,2
—	—	16	8,25	3,083	3,2
—	—	17	8,50	4,100	1,2
—	—	18	9,5	5,110	:10,7
—	—	19	8,25	1,717	7,5
—	—	22	8,40	3,727	0,2
—	Novemb.	8	6,5	4,526	3,1
—	—	19	5,35	4,767	3,5
—	—	20	5,55	0,415	8,6
—	—	22	6,0	2,418	2,2
—	—	28	5,50	3,044	2,1
—	—	30	5,45	5,041	9,6
—	Décemb.	2	6,25	1,702	4,1
—	—	7	7,45	1,309	5,6
—	—	17	6,0	0,586	7,8

DATES	T. M. PARIS	Δt	L	DATES	T. M. PARIS	Δt	L
	h. m.	j.	degrés		h. m.	j.	degrés
1906 Décem. 21	5,30	4,565	1,7	1907 Septem. 20	7,55	3,980	1,7
	11,0	4,794	3,7		10,50	4,101	1,2
— — 26	8,35	4,327	1,7	— — 21	8,15	4,994	9,6
— — 28	8,45	0,968	6,8		10,40	5,094	9,6
1907 Janvier 3	6,0	1,487	3,8	— — 23	8,20	1,630	2,6
— — 4	8,55	2,609	2,2	— — 24	9,10	2,665	2,7
— — 12	5,55	5,117	9,3	— Octobre 3	8,30	0,905	8,0
— — 14	5,50	1,747	4,1	— — 4	8,10	1,891	6,1
— Février 5	8,45	2,403	2,2	— — 5	8,5	2,888	3,6
— — 6	8,20	3,885	0,2	— — 17	8,10	4,158	1,2
— Mars 12	11,15	5,309	10,7	— — 27	9,0	3,460	0,7
— Mai 8	11,20	3,282	0,7	— — 29	8,50	0,087	10,4
— — 10	11,0	5,268	11,3	— — 30	8,25	1,070	7,6
— — 13	12,0	2,943	1,7	— — 31	7,50	2,045	4,1
— — 28	9,40	1,747	4,5	— Novemb. 9	8,30	0,340	9,3
— Juin 15	11,0	3,703	0,7	— — 14	9,0	5,361	10,5
— — 19	11,10	2,343	1,9	— — 23	6,0	3,503	1,2
— — 24	11,10	1,977	3,1	— — 26	8,50	1,255	5,6
— — 26	11,30	3,991	1,2	— — 29	8,30	4,241	1,7
— — 27	10,55	4,967	6,6	— Décemb. 4	5,40	3,756	0,7
— Juillet 3	10,20	0,210	11,4	— — 10	5,15	4,373	1,9
— — 6	9,20	3,168	2,2	— — 13	5,55	2,035	3,1
— — 11	11,25	2,889	2,4	— — 16	8,5	5,125	9,5
— — 12	11,0	3,871	1,2		11,35	5,271	10,3
— — 13	9,25	4,805	5,1	— — 17	5,15	0,640	6,3
— — 15	10,0	1,464	4,1	— — 19	5,10	2,636	2,2
— — 17	8,55	3,419	1,2	— — 20	8,40	3,782	0,2
— — 19	9,50	0,090	10,6		11,20	3,893	0,2
— — 20	10,5	1,100	6,5	— — 23	6,50	1,340	4,4
— — 22	11,0	3,138	0,2	1908 Janvier 4	8,40	2,683	0,7
— — 27	8,55	2,686	1,9	— — 8	8,50	1,324	9,0
— Septem. 4	8,50	4,117	2,1	— — 11	5,30	4,185	1,2
— — 7	9,25	1,775	5,1	— — 13	6,0	0,839	6,5
— — 9	9,0	3,758	3,4	— — 15	5,30	2,818	0,7
— — 11	8,15	0,360	8,8	— — 16	8,30	3,943	0,2
— — 16	9,10	0,032	12,3	— — 17	5,40	4,825	7,3
	12,0	0,150	11,1		8,35	4,947	7,6
— — 17	7,50	0,976	5,6	— — 18	6,0	0,473	9,5
— — 18	8,20	1,997	2,7		8,30	0,577	8,1
— — 19	7,40	2,969	1,2	— Février 6	8,0	3,457	0,2

DATES	T. M. PARIS	Δt	L	DATES	T. M. PARIS	Δt	L
	h. m	j.	degrés		h. m	j.	degrés
1908 Février 10	8,30	2,111	:5,4	1908 Octobre 2	7,40	0,955	6,6
— — 11	8,30	3,111	−0,3	— — 3	7,40	1,955	4,4
— Mai 1	10,55	2,716	3,2	— — 4	8,5	2,973	2,2
— — 8	11,30	4,374	2,2	— — 5	7,45	3,959	0,7
— — 18	11,10	3,627	−0,3		10,50	4,087	0,7
— — 19	9,55	4,575	3,2	— — 6	8,25	4,987	8,1
— — 20	11,30	0,275	10,4	— — 7	7,50	0,596	9,1
— — 27	10,45	1,878	6,0	— — 8	7,40	1,589	3,4
— — 29	11,30	3,909	0,2	— — 9	7,45	2,593	2,2
— Juin 9	10,0	4,114	0,2	— — 13	10,10	1,327	6,1
— — 10	9,45	5,103	10,1	— — 15	7,50	3,229	1,7
— — 11	9,35	0,729	8,5	— — 16	7,55	4,233	2,2
— — 20	9,35	4,363	1,1		10,55	4,358	1,7
— — 25	10,5	4,018	1,1	— — 18	9,15	0,922	6,5
— — 27	9,45	0,638	6,5	— — 20	7,45	2,860	2,7
— Juillet 9	9,45	1,904	4,1	— — 24	7,50	1,497	6,1
— — 10	9,30	2,894	2,2	— — 27	7,55	2,501	1,7
— — 11	10,55	3,953	−0,3	— — 28	8,0	0,137	10,6
— — 21	10,8	3,188	0,7	— — 29	7,50	1,130	7,0
— — 22	9,35	4,165	0,7	— — 30	8,0	2,137	4,6
— — 23	10,0	5,183	11,1	— — 31	7,35	3,120	2,6
— — 27	8,45	3,764	−0,3	— Novemb. 2	9,5	5,182	10,8
— Septem. 5	8,0	0,801	5,6	— — 3	7,40	0,757	6,6
— — 6	8,25	1,819	2,2	— — 12	7,45	4,394	2,6
— — 7	8,10	2,808	1,2	— — 13	7,40	0,024	9,7
— — 8	8,0	3,801	0,2	— — 17	7,30	4,017	1,7
— — 14	7,50	4,428	1,9	— — 19	7,45	0,662	9,5
	11,5	4,564	2,2	— — 20	8,5	1,676	6,6
— — 16	9,45	1,141	6,5	— — 21	8,50	2,707	1,2
— — 18	7,35	3,051	1,2	— — 24	7,45	0,295	10,6
	10,40	3,179	1,7	— — 25	8,10	1,312	7,5
— — 19	7,15	4,037	0,2	— — 26	9,10	2,354	2,7
	11,10	4,200	0,7	— — 27	8,0	3,305	0,2
— — 22	8,30	1,723	5,6	— — 28	5,25	4,198	−0,3
— — 26	7,50	0,329	10,6	— Décemb. 7	6,25	2,507	2,9
— — 28	7,40	2,322	3,4	— — 8	7,30	3,552	1,2
— — 29	7,35	3,319	1,7	— — 22	7,45	1,463	6,6
	11,15	3,472	1,2	— — 31	5,20	4,996	7,3
— — 30	7,45	4,326	2,1	1909 Janvier 16	9,0	5,050	10,8
— Octobre 1	7,40	5,322	9,5	— — 18	8,5	1,645	3,4

DATES	T. M. PARIS	Δt	L
	h. m.	j.	degrés
1909 Janvier 19	8,0	2,641	1,2
— — 26	7,30	4,254	0,7
— — 27	7,30	5,254	10,9
— — 29	7,50	1,902	4,4
— Février 6	6,20	4,473	2,1
— — 8	6,40	1,121	5,6
— — 17	7,40	4,826	5,6
— — 18	8,25	0,461	8,5
— — 22	8,45	4,475	:2,2
— Mai 14	10,25	5,048	9,6
— — 18	10,0	3,665	1,2
— — 19	10,25	4,682	4,2
— — 23	10,20	3,112	0,7
— — 24	10,45	4,329	1,2
— — 29	9,30	3,911	0,2
— Juin 14	9,45	3,822	0,2
— — 19	11,5	3,511	1,7
— Juillet 1	9,50	4,727	3,9
— — 12	10,15	5,011	8,3
— — 16	10,5	3,638	1,4
— — 19	9,10	1,233	:5,6
— — 21	9,20	3,240	0,7
— — 22	8,30	4,205	0,2
— — 26	8,50	2,853	1,2
— — 27	8,50	3,853	1,2
— — 28	8,50	4,853	4,1
— — 29	9,55	0,531	8,1
— — 31	10,52	2,571	1,7
— Septem. 1	9,5	2,298	2,7
— — 2	10,15	3,347	1,7
— — 3	8,25	4,271	1,2
— — 6	7,50	1,880	4,1
— — 8	7,55	3,884	1,2
— — 10	8,0	0,520	10,6
— — 14	8,10	4,527	2,4
— — 15	11,5	0,283	10,0
— — 18	7,40	3,140	2,6
— — 20	8,25	5,172	:12,1
	10,40	5,265	10,9
— — 24	7,45	3,777	1,6
1909 Septem. 25	7,45	4,777	:5,6
— — 26	9,0	0,463	9,0
— — 27	8,10	1,428	4,9
— Octobre 7	9,30	0,751	8,0
— — 9	7,50	2,681	3,1
— — 11	8,50	4,723	:4,4
— — 14	9,0	2,364	3,1
— — 15	7,45	3,312	2,4
— — 16	8,5	4,326	1,7
— — 18	9,10	1,005	8,0
— — 19	7,50	1,949	5,6
— — 20	7,50	2,949	2,1
— — 22	8,10	4,963	8,0
— — 23	8,15	0,600	8,0
— Novemb. 4	8,20	1,870	:4,6
— — 5	7,50	2,849	1,9
— — 6	6,35	3,797	1,1
	8,40	3,884	0,7
— — 10	6,15	2,417	3,7
— — 16	7,35	3,107	1,9
— — 22	9,10	3,806	1,2
— — 26	8,30	2,412	2,4
— Décemb. 6	10,0	1,742	3,2
— — 9	9,25	4,717	2,4
— — 13	9,10	3,341	0,2
— — 21	5,50	0,636	8,5
— — 25	9,0	4,601	2,6
— — 30	5,15	4,078	1,2
1910 Janvier 8	5,35	2,360	1,9
— — 12	8,15	1,104	7,8
— — 13	8,30	2,114	1,7
— — 16	9,20	5,149	10,6
— — 21	6,15	4,654	1,7
— — 27	9,35	0,060	10,5
— Février 9	7,10	2,227	1,9
— — 10	8,10	3,289	-0,3
— — 16	8,0	3,895	0,2
— Mars 3	7,40	2,782	3,2
— Juin 2	11,20	2,706	2,8
— — 3	10,15	3,661	0,2

DATES			T. M. PARIS	Δt	L	DATES			T. M. PARIS	Δt	L
			h. m.	j.	degrés				h. m	j.	degrés
1910	Juin	7	11,10	2,333	2,7	1910	Octobre	25	7,35	2,658	3,6
—	—	8	11,10	3,333	1,7	—	Novemb.	3	8,55	0,981	8,5
—	—	18	9,45	2,541	1,7	—	—	10	8,15	2,586	3,1
—	—	30	10,50	4,586	4,4	—	—	12	8,40	4,603	1,7
—	—	27	10,25	0,836	7,8	—	—	18	6,5	5,129	8,3
—	Juillet	1	9,55	4,815	8,1	—	—	21	10,35	2,951	0,7
—	—	9	11,0	2,127	3,9	—	—	22	7,10	3,809	1,2
—	—	16	9,20	3,692	0,7	—	Décemb.	1	9,5	2,155	1,7
—	Août	23	8,50	4,106	1,4	—	—	2	5,20	2,999	0,2
—	—	31	8,15	1,350	:7,0	—	—	9	5,10	4,626	2,7
—	Septem.	2	7,45	3,229	1,1	—	—	12	9,15	2,429	1,4
—	—	7	8,35	2,967	2,6	—	—	21	6,0	0,561	8,6
—	—	8	8,35	3,967	2,1	—	—	22	5,20	1,533	5,6
—	—	9	9,30	5,005	6,8	—	—	31	8,50	5,513	10,3
—	—	21	10,25	0,974	7,0	1911	Janvier	10	6,20	4,476	1,2
—	—	22	7,50	1,866	3,4	—	—	11	5,35	0,079	10,3
			10,50	1,991	3,1	—	—	14	5,50	3,089	-0,3
—	—	23	7,40	2,859	2,6	—	—	16	5,55	5,093	7,0
—	—	26	7,55	0,504	10,6	—	—	17	5,55	0,726	8,0
—	—	27	8,30	1,528	6,0	—	—	25	5,50	3,356	0,7
—	—	28	7,45	2,497	4,1	—	—	27	5,50	5,356	9,5
			11,0	2,632	3,1	—	Février	2	5,50	0,623	8,6
—	—	29	9,0	3,549	1,7	—	—	3	8,40	1,741	4,6
—	Octobre	3	10,40	2,251	2,6	—	—	4	7,35	2,696	2,7
—	—	4	8,0	3,140	1,7	—	—	6	6,20	4,644	1,7
—	—	6	8,25	5,116	10,6	—	—	9	8,5	2,351	3,7
—	—	7	9,50	0,851	8,0	—	—	15	7,0	2,939	:0,7
—	—	8	8,55	1,854	2,7	—	—	16	8,25	3,998	-0,3
—	—	10	8,0	3,774	3,2	—	—	20	9,35	2,680	1,7
—	—	18	7,35	1,024	6,8	—	—	21	7,5	3,576	-0,3

11. — Epoques des maxima et des minima d'éclat d'après les observations de M. Luizet. — Le procédé que j'ai employé à l'exclusion de tout autre[1] pour déterminer les époques des maxima et des minima d'éclat est celui de la *courbe moyenne*. Voici comment il a été appliqué : Ayant obtenu une courbe de lumière *provisoire* de δ Céphée, en groupant dans une période de $5^j\ 8^h\ 47^m\ 39^s$ mes observations de 1898 et 1899, je l'ai reproduite à une échelle convenable sur du papier transparent. D'autre part, les mesures individuelles d'éclat étaient reportées à leurs date et heure sur du papier quadrillé, à la même échelle, et, au milieu de ces points, je plaçais la courbe de lumière de façon qu'ils soient répartis aussi également que possible de part et d'autre. Les dates et heures correspondant, sur l'axe des temps du papier quadrillé, au minimum et au maximum de la courbe provisoire, étaient adoptées pour le minimum et le maximum de la période considérée. Il a été procédé ainsi pour toutes les observations du tableau I chaque fois que, dans une période, le nombre des points représentant les mesures d'éclat a été suffisant pour que la position de la courbe moyenne au milieu d'eux soit bien déterminée, et que les époques du maximum et du minimum puissent être relevées avec quelque précision. Les époques des maxima que j'ai obtenues, d'après mes observations, sont données dans le tableau II, et celles des minima dans le tableau III. En regard de chacune d'elles, j'ai inscrit un *poids* P, qui est fonction du nombre et de la qualité des mesures qui ont servi à le déterminer. Ces poids ont été utilisés dans le calcul des *époques normales* des maxima et des minima d'éclat.

[1] Ch. André, *Astronomie stellaire*, vol. II, p. 219 et suivantes.

Tableau II.

	Max. T. M. Paris		P		Max. T. M. Paris		P
1898	Juin	18,90	3		Octobre	25,60	2
	—	29,73	3		Novembre	5,45	1
	Juillet	5,17	3		—	10,70	1
	—	10,32	1		—	16,10	1
	—	15,64	4		—	21,30	1
	—	21,20	3		Décembre	1,80	2
	—	26,48	4	1900	Avril	20,60	1
	Août	1,00	3		—	26,15	1
	—	6,35	1		Mai	17,52	1
	—	11,45	2		—	28,32	3
	—	16,92	1		Juin	7,90	3
	—	22,40	2		—	13,30	1
	Septembre	7,35	3		—	18,65	2
	—	12,73	2		—	29,73	2
	—	28,85	1		Juillet	10,40	2
	Octobre	20,42	2		—	15,62	1
	—	25,80	1		—	20,95	1
	Décembre	7,60	2		—	26,33	2
	—	23,78	3		—	31,68	2
1899	Janvier	8,65	1		Août	11,40	1
	—	19,52	2		Octobre	4,02	2
	Février	20,55	2		—	9,60	1
	—	25,88	2		—	14,62	1
	Mai	1,60	2	1901	Janvier	14,12	3
	—	6,95	1		—	19,50	1
	—	28,40	3		Juin	7,90	1
	Juin	2,65	2		—	13,20	1
	—	8,08	1		—	24,10	2
	—	13,36	4		Juillet	4,32	1
	—	29,32	2		—	9,95	2
	Juillet	4,90	1		—	15,00	2
	—	10,25	1		Août	12,00	1
	—	15,52	2		Septembre	7,50	2
	—	21,15	1		—	18,40	1
	—	26,40	3		Octobre	9,85	1
	—	31,77	1		Décembre	7,30	1
	Août	11,42	2		—	12,80	1
	—	17,00	1	1902	Janvier	8,60	2
	—	22,08	3		—	14,00	1
	Septembre	1,90	1		Mai	22,90	1
	—	28,70	2		—	28,25	1

Tableau II *(Suite)*.

Max. T. M. Paris		P
1902 Juin	2,50	1
—	13,80	3
—	29,10	1
Juillet	4,80	2
—	10,08	1
—	26,20	2
Août	5,88	2
—	21,85	3
—	27,40	2
Septembre	1,75	2
—	17,85	1
—	23,20	2
Octobre	25,25	1
Novembre	10,28	1
—	26,75	1
Décembre	2,07	3
1903 Mai	22,15	1
Juin	23,68	2
Juillet	4,10	1
—	31,60	1
Août	5,85	2
—	26,80	1
Septembre	1,48	3
—	23,10	1
—	28,37	1
1904 Janvier	13,75	1
Avril	29,87	1
Mai	5,05	2
—	10,72	1
—	16,00	1
Juin	6,85	1
—	22,78	2
Juillet	3,38	1
—	8,88	2
—	14,35	3
—	19,60	2
—	24,90	1
—	30,27	1
Août	4,75	2
—	15,25	1
Octobre	13,60	2

Max. T. M. Paris		P
1904 Octobre	24,08	2
—	29,47	1
Novembre	14,62	3
—	19,90	1
—	25,00	1
Décembre	17,06	2
—	22,55	4
1905 Janvier	12,70	2
—	23,20	1
Février	3,10	1
—	8,45	1
—	13,85	1
—	24,48	2
Mai	10,90	2
—	26,80	1
Juin	22,65	2
—	27,85	1
Juillet	8,60	2
—	19,62	3
—	24,90	1
Août	20,57	2
—	31,58	2
Septembre	6,00	1
Octobre	24,30	1
1905 Novembre	9,07	1
Décembre	11,08	2
1906 Janvier	23,02	1
Février	24,30	2
Mars	7,12	1
Juin	6,45	2
—	11,75	2
—	22,52	1
—	27,70	1
Juillet	8,90	1
—	19,00	1
Août	4,30	1
—	31,12	2
Septembre	10,92	2
—	21,87	1
—	27,20	2
Octobre	8,05	2

Tableau II (*Suite*).

Max. T. M. Paris		P	Max. T. M. Paris		P
1906 Octobre . . .	18,38	2	1909 Mai.	14,62	1
Novembre . .	19,93	2	Juillet	12,65	1
1907 Février . . .	8,08	1	—	18,00	1
Mai.	10,30	1	—	23,35	1
Juillet	3,60	1	Juillet	28,75	1
—	13,90	1	Septembre . .	4,65	1
—	19,20	1	— . .	15,20	2
Septembre . .	16,25	2	— . .	20,40	1
— . .	21,55	2	— . .	25,80	1
Novembre . .	15,00	1	Octobre . . .	6,75	1
Décembre . .	16,15	3	— . . .	17,60	2
1908 Janvier . . .	7,72	2	— . . .	22,65	1
— . . .	17,72	3	Novembre . .	7,72	1
Mai	20,15	1	Décembre . .	20,80	1
Juin	10,70	2	1910 Janvier . . .	16,25	1
Juillet	23,80	2	— . . .	27,20	1
Septembre . .	15,40	1	Juin	26,65	1
— . .	20,90	1	Juillet	12,55	1
— . .	26,03	2	Septembre . .	9,90	1
Octobre . . .	1,50	2	— . .	26,15	2
— . . .	6,85	3	Octobre . . .	6,50	2
— . . .	17,47	2	— . . .	17,20	1
— . . .	28,38	2	Novembre . .	2,05	1
Novembre . .	13,52	1	— . .	13,10	1
— . .	18,95	2	— . .	18,60	1
— . .	24,40	2	1911 Janvier . . .	11,30	1
1909 Janvier . . .	16,20	1	— . . .	16,70	2
— . . .	27,40	1	— . . .	27,45	1
Février . . .	17,85	1	Février . . .	1,80	1

Tableau III.

Min. T. M. Paris		P	Min. T. M. Paris		P
1898 Juin	6,45	3	1898 Juillet	30,32	2
—	17,25	2	Août	4,65	3
—	22,72	1	—	10,05	1
Juillet	3,55	1	—	20,68	1
—	8,65	2	—	31,70	1
—	19,32	1	Septembre . .	5,67	2
—	24,80	4	— . .	11,10	1

Tableau III *(Suite)*.

	Min. T. M. Paris	P
1898 Septembre	22,00	2
Octobre	24,05	1
Novembre	9,10	3
Décembre	5,95	4
—	11,12	3
—	22,08	4
—	27,45	3
1899 Janvier	7,00	1
—	17,85	3
Février	18,88	2
—	24,15	1
Mars	1,60	1
Mai	5,30	3
—	26,72	2
Juin	1,26	2
—	6,40	1
—	11,72	3
—	27,65	2
Juillet	8,60	3
—	19,20	2
—	30,13	1
Août	9,90	2
—	20,30	1
—	31,20	2
Septembre	5,70	1
—	27,08	2
Octobre	2,42	1
—	23,88	2
Novembre	9,10	1
—	14,55	2
—	19,70	1
Décembre	5,60	2
1900 Avril	14,08	2
—	19,05	2
—	24,45	1
—	29,85	1
Mai	4,88	1
—	21,25	3
—	26,67	1
Juin	1,07	2
—	11,65	1
1900 Juin	17,00	2
—	22,30	1
—	27,95	2
Juillet	8,50	1
—	19,27	4
—	24,65	2
—	30,07	1
Août	9,70	2
—	15,25	1
—	31,35	3
Septembre	5,85	2
Octobre	7,92	2
—	13,00	1
1901 Janvier	17,80	3
—	22,90	1
Juin	6,15	2
—	11,45	2
—	22,40	3
—	27,65	3
Juillet	2,50	1
—	8,10	2
—	13,32	1
—	18,90	3
Août	4,40	1
Septembre	16,70	1
Octobre	13,60	1
—	23,70	2
—	29,10	2
Décembre	5,62	1
—	11,20	1
1902 Janvier	7,00	1
Mai	21,30	2
—	26,47	1
Juin	6,25	1
—	22,22	1
—	27,50	1
Juillet	3,10	2
—	8,45	3
—	24,53	3
—	29,80	2
Août	9,55	1

Tableau III *(Suite)*.

Min. T. M. Paris		P	Min. T. M. Paris		P
1902 Août	20,27	1	1905 Octobre	28,00	4
—	31,03	1	Novembre	7,45	2
Septembre	21,50	2	1906 Janvier	16,55	1
—	26,88	1	Mars	5,50	2
Octobre	23,55	2	Mai	24,10	1
1903 Janvier	28,50	3	Juin	10,12	2
Juin	27,27	2	—	20,82	1
Juillet	2,45	1	—	26,13	2
Août	4,13	2	Juillet	7,20	1
—	15,40	1	—	12,55	2
—	30,52	2	Août	2,60	1
Septembre	26,80	2	—	8,00	2
1904 Février	13,25	1	—	29,40	3
Avril	28,32	3	Septembre	3,82	2
Mai	14,33	1	—	9,20	1
Juin	15,70	2	—	14,60	1
—	21,12	1	—	25,45	3
Juillet	7,10	2	Octobre	6,33	1
—	17,92	1	—	11,62	2
—	28,62	2	—	16,72	1
Août	8,38	2	—	22,15	1
—	13,60	1	Novembre	23.70	1
—	19,10	2	1907 Février	6,42	2
Octobre	27,65	3	Mai	8,45	1
Novembre	18,35	4	—	13,85	1
—	23,40	1	Juillet	12,30	3
Décembre	20,60	1	—	17,63	1
1905 Janvier	11,07	2	Septembre	19,80	4
—	22,50	1	—	25,20	1
—	27,70	2	Novembre	28,70	1
Février	6,70	1	Décembre	14,60	1
—	22,92	2	—	20,25	2
—	28,25	2	1908 Janvier	11,50	1
Mai	13,60	1	—	16,10	2
—	24,95	2	Mai	18,52	2
—	30,50	2	Juin	9,18	1
Juin	23,03	4	Juillet	11,18	2
Juillet	12,35	3	—	21,95	2
Août	13,50	1	—	27,10	»
—	18,95	1	Septembre	7,90	2
Septembre	3,45	1	—	13,65	2

Tableau III (*Suite*).

Min. T. M. Paris		P	Min. T. M. Par		P
1908 Septembre . .	19,10	3	1910 Janvier	9,80	1
— . .	29,72	4	— . . .	30,92	1
Octobre . . .	5,22	3	Juin	4,25	1
— . . .	15,80	3	—	19,50	1
— . . .	26,60	1	Juillet	15,95	1
Novembre . .	17,25	1	Septembre . .	2,80	1
— . .	28,00	2	— . .	8,25	2
1909 Février . . .	21,55	1	— . .	24,15	2
Mai	18,35	2	— . .	29,75	2
Juillet	16,37	1	Octobre . . .	4,92	2
—	27,15	2	—	9,60	1
Septembre . .	3,00	2	Novembre . .	11,40	1
— . .	8,30	1	— . .	22,00	1
— . .	18,92	1	1911 Janvier . . .	9,60	1
— . .	24,10	1	— . . .	14,95	1
Octobre . . .	10,45	2	— . . .	15,75	1
— . . .	15,90	3	Février . . .	5,50	2
Novembre . .	6,08	2	— . . .	16,25	1
Décembre . .	24,55	1	— . . .	21,50	1

J'ai traité de même :

12. — 1° 150 observations d'Argelander, faites entre le 13 avril 1869 et le 12 mars 1871, qui ont été publiées après sa mort par les soins de Deichmuller[1], et n'ont jamais été utilisées jusqu'ici. Les tableaux II *bis* et III *bis* contiennent respectivement les époques des maxima et des minima que j'ai tirées de ces observations.

13. — 2° 117 observations de M. Wilsing, faites à Postdam du 10 mai 1881 au 4 octobre 1882[2], dont j'ai obtenu les époques de maxima et minima des tableaux II *ter* et III *ter*.

[1] Von F.-W.-A. Argelander, *Nachgelassene Beobachtungen veränderlicher Sterne*, Bonn, 1898.

[2] *Publicationen des astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam*, vol. XI, p. 205 et suivantes.

Tableau II *(bis)*.

Max. T. M. Paris		P	Max. T. M. Paris		P
1869 Mai.	11,40	2	1870 Juin	22,90	1
Juin	1,25	2	Juillet. . . .	14,26	2
—	28,15	2	—	25,08	2
Juillet. . . .	14,68	2	Août	15,60	1
—	19,95	1	—	31,72	2
—	30,70	1	Septembre . .	16,75	1
Août	5,10	1	— . .	22,30	1
—	16,85	1	— . .	27,60	2
—	26,52	3	Octobre . . .	3,08	2
—	31,80	1	— . . .	19,00	1
Septembre . .	6,12	2	Novembre . .	15,45	2
— . .	11,80	2	Décembre . .	23,90	1
1870 Avril	19,62	2	1871 Février . . .	25,15	1
Mai.	26,60	1	Mars	2,45	2
Juin	17,75	1	—	7,90	1

Tableau III *(bis)*.

Min. T. M. Paris		P	Min. T. M. Paris		P
1869 Mai.	15,40	1	1870 Juillet. . . .	7,65	1
Juin	26,70	1	—	18,00	1
Juillet. . . .	2,08	2	—	23,40	1
—	13,35	1	—	28,75	2
—	18,32	3	Août	19,50	1
Août	19,40	1	Septembre . .	4,40	2
—	30,40	1	— . .	20,40	2
Septembre . .	4,45	2	Octobre . . .	1,45	2
— . .	10,08	2	— . . .	17,30	1
— . .	26,65	1	Novembre . .	24,60	1
1870 Avril	23,30	2	1871 Janvier . . .	10,48	2
Juin	16,18	1	Mars	6,05	2
—	21,27	2			

Tableau II *(ter)*.

Max. T. M. Paris		P	Max. T. M. Paris		P
1881 Mai.	13,2	1	1881 Juin	30,5	1
—	23,8	1	Juillet. . . .	15,9	1
—	28,6	2	Août	22,3	1
Juin	2,9	1	Septembre . .	23,4	1

1881 Septembre . .	29,2	2	1882 Juillet	10,5	2
Octobre . . .	10,8	1	—	15,9	2
Novembre . .	16,5	1	Août	11,8	1
— . .	21,9	1	Septembre . .	2,5	1
1882 Janvier . . .	14,6	1	— . .	7,5	1
Mars	14,6	1	— . .	18,5	1
Avril	21,5	1			

Tableau III *(ter).*

Min. T. M. Paris		P	Min. T. M. Paris		P
1881 Mai.	11,2	1	— . .	25,5	1
—	16,7	1	1882 Janvier . . .	12,9	1
—	21,7	2	— . . .	18,0	1
—	31,9	1	Mars	12,8	2
Juin	23,0	1	—	18,1	1
Août	25,9	1	Juillet	14,1	1
Octobre . . .	13,2	1	Septembre . .	16,6	1
Novembre . .	20,0	1			

14. — Époques normales des maxima et des minima. — Les astronomes qui se sont livrés à des travaux d'ensemble sur δ Céphée ont, à mon avis, réuni en un trop petit nombre de lieux normaux les époques des maxima et des minima provenant des longues séries d'observations d'Argelander, Schmidt et Schönfeld. Il semble, en effet, que, si la période de cette étoile n'est pas absolument constante, une trop grande condensation puisse masquer certains résultats. En conséquence, d'après les nombreux mémoires originaux publiés par ces trois observateurs[1], j'ai calculé un plus grand nombre d'époques normales des maxima et minima que celui qu'on en avait tiré jusqu'à présent. Ces époques normales sont données dans les tableaux IV et V. Ces tableaux contiennent, en outre, un

[1] Argelander, *Astronomische Beobachtungen zu Bonn*, vol. VII, et *Astronomische Nachrichten*, n° 1045.
Schmidt, *Astronomische Nachrichten*, n°s 1069, 1133, 1221, 1248, 1300, 1358, 1449, 1467, 1530, 1570, 1627, 1687, 1745, 1805, 1832, 1880, 1932, 1975, 2031, 2074, 2122, 2185, 2239, 2297, 2367, 2420, 2491 et 2577.
Schönfeld (1re série), *Astronomische Nachrichten*, n°s 1337 et 1778.

certain nombre de maxima et minima normaux, qui n'ont jamais été utilisés, et que j'ai calculés d'après les observations d'Auwers[1], Chandler[2], Schwab[3], Yendell[4], Argelander (tableaux II *bis* et III *bis*), Wilsing (tableaux II *ter* et III *ter*), et aussi ceux qui proviennent de mes observations (tableaux II et III); tous les autres ont été déjà publiés soit par les observateurs eux-mêmes, soit par ceux qui ont discuté leurs observations.

Les trois premières colonnes des tableaux IV et V contiennent successivement : les noms des observateurs, le nombre de périodes E comptées à partir d'une certaine origine, les époques normales O, données en jours de la période Julienne et fractions décimales de jours (temps moyen de Paris). La signification des autres colonnes sera indiquée plus loin.

[1] *Astronomische Nachrichten*, n° 1183.
[2] Chandler, *Astronomische Nachrichten*, n° 2119.
[3] Schwab, *Astronomische Nachrichten*, n° 2191.
[4] Yendell, *The astronomical Journal*, vol. IX, n° 210.

TABLEAU IV (Maxima)

OBSERVATEURS	E	MAX. OBS. (T.-M. Paris)	(o — c′)	(o — c″) (a)	(o — c″) (b)	o — c
Goodricke et Pigott	— 3837	2373068,865	+ 0,001	+ 0,113	»	— 0,164
Argelander	7	2393697,316	»	+ 0,045	»	— 0,111
—	74	4056,966	»	+ 0,145	»	— 0,009
—	209	4781,528	»	+ 0,240	»	+ 0,091
—	438	6010,316	»	+ 0,118	»	— 0,024
Schmidt	442	6032,002	»	»	+ 0,338	»
Argelander	826	8092,572	»	+ 0,203	»	+ 0,073
Schönfeld.	1032	9197,992	+ 0,014	+ 0,141	»	+ 0,017
Schmidt	1050	9294,901	»	»	+ 0,454	»
Argelander	1151	9836,623	»	+ 0,168	»	+ 0,048
Schmidt	1170	9938,686	»	»	+ 0,269	»
Auwers	1176	9970,779	»	+ 0,163	»	+ 0,044
Schmidt	1332	2400808,168	»	»	+ 0,391	»
—	1466	1527,324	»	»	+ 0,446	»
—	1599	2241,008	»	»	+ 0,476	»
Schönfeld.	1696	2761,280	»	+ 0,126	»	+ 0,023
Schmidt	1735	2970,809	»	»	+ 0,364	»
—	1871	3700,598	»	»	+ 0,320	»
Argelander	1959	4172,631	»	+ 0,108	»	+ 0,014
Schmidt	2008	4435,866	»	»	+ 0,389	»
—	2165	5278,476	»	»	+ 0,471	»
Schönfeld.	2202	5476,675	+ 0,012	+ 0,112	»	+ 0,025
Schmidt	2290	5949,062	»	»	+ 0,254	»
Chandler	2317	6093,920	»	+ 0,219	»	+ 0,136
Schmidt	2416	6625,329	»	»	+ 0,352	»
Schwab.	2456	6839,907	»	+ 0,273	»	+ 0,195
Schmidt	2557	7381,960	»	»	+ 0,318	»
Schur.	2653	7896,927	— 0,025	+ 0,109	»	+ 0,036
Schmidt	2710	8202,955	»	»	+ 0,251	»
Wilsing.	2758	8460,548	»	+ 0,256	»	+ 0,186
Schmidt	2817	8777,248	»	»	+ 0,337	»
Plasmann.	2955	9517,602	— 0,050	+ 0,125	»	+ 0,062
Yendell.	3283	2411277,669	»	+ 0,006	»	— 0,047
Nijland	3783	3960,716	+ 0,026	— 0,157	»	— 0,194
Glasenapp	3945	4830,207	+ 0,157	— 0,026	»	— 0,058
Luizet.	3949	4851,659	+ 0,158	— 0,040	»	— 0,072
—	4211	6257,654	+ 0,247	— 0,047	»	— 0,070
—	4438	7475,758	+ 0,268	— 0,120	»	— 0,137
—	4639	8554,507	+ 0,449	— 0,021	»	— 0,032

TABLEAU V (Minima)

OBSERVATEURS	E	MIN. OBS. (T.-M., Paris)	(o — c″) (a)	(o — c″) (b)	o — c
Goodricke et Pigott.	— 3834	2373083,364	— 0,022	»	— 0,167
Argelander......	37	2393856,821	+ 0,023	»	+ 0,024
—	308	5311,098	+ 0,001	»	+ 0,011
Schmidt.......	337	5466,481	»	— 0,243	»
—	537	6539,462	»	— 0,546	»
Argelander......	854	8241,161	— 0,002	»	+ 0,030
Schönfeld......	1032	9196,347	— 0,038	»	— 0,001
Schmidt.......	1049	9287,148	»	— 0,467	»
Argelander......	1152	9840,357	+ 0,001	»	+ 0,045
Auwers........	1178	9979,927	+ 0,044	»	+ 0,088
Schmidt.......	1192	2400054,754	»	— 0,259	»
—	1334	0816,511	»	— 0,533	»
—	1532	1879,018	»	— 0,577	»
Schönfeld......	1599	2239,149	+ 0,003	»	+ 0,063
Schmidt.......	1690	2727,439	»	— 0,051	»
Argelander......	1960	4176,359	+ 0,064	»	+ 0,009
Schmidt.......	2037	4589,374	»	— 0,264	»
Schönfeld......	2206	5496,612	+ 0,049	»	+ 0,132
Chandler.......	2317	6092,180	— 0,055	»	+ 0,031
Schwab........	2463	6875,768	+ 0,036	»	+ 0,127
Schmidt.......	2560	7396,327	»	+ 0,052	»
Schur.........	2651	7874,557	— 0,062	»	+ 0,037
Schmidt.......	2734	8329,920	»	— 0,112	»
Wilsing.......	2758	8458,702	— 0,124	»	— 0,021
Plassmann......	3030	9918,424	— 0,069	»	+ 0,045
Yendell........	3290	2411313,376	(—0,386)	»	(— 0,263
Glasenapp......	3945	4828,741	— 0,026	»	(+ 0,122)
Luizet........	3956	4887,547	— 0,251	»	— 0,102
—	4190	6143,260	— 0,280	»	— 0,123
—	4439	7479,429	— 0,349	»	— 0,183
—	4640	8558,188	— 0,241	»	— 0,067

CHAPITRE III

CALCUL DES ÉLÉMENTS

15. — Parmi les éléments de δ Céphée qui ont été déterminés à différentes époques, il y a lieu de considérer seulement les plus récents, ceux de MM. Nijland[1], Meyermann[2] et Beliawsky[3], puisque ces calculateurs ont reconnu que les éléments adoptés antérieurement ne représentaient pas avec une précision suffisante les observations postérieures à celles qui ont servi à leur détermination.

E désignant le nombre de périodes écoulées depuis le maximum ou le minimum pris pour origine, ces trois éléments sont respectivement :

		jours
Max. 1840 sept. 26,408	(T.M. Paris)	$+ 5{,}366493.E - 0^{s}00075.E^{2} - 0^{s}00000062.E^{3}$
Max. 1840 sept. 26,341	»	$+ 5{,}366409.E$
Min. 1840 sept. 24,820	»	$+ 5{,}366420.E$

16. — Les différences provenant de la comparaison des maxima normaux observés, à ceux calculés avec les éléments de M. Nijland, sont inscrites dans la colonne *(o — c)* du tableau IV. Les premières, jusqu'à l'époque E = 3783 inclusivement, sont tirées du mémoire de M. Nijland ; celle relative à l'époque E = 3945 est due à M. Meyermann ; j'ai donc calculé seulement les quatre dernières se rapportant à mes observations. Ces différences montrent que les maxima d'éclat

[1] *Astronomische Nachrichten*, n° 3853.
[2] *Astronomische Nachrichten*, n° 3985.
[3] *Astronomische Nachrichten*, n° 3952.

jusqu'à l'époque E = 3783 sont bien représentés par les éléments de M. Nijland ; mais pour ceux obtenus depuis, elles vont en croissant rapidement : les termes correctifs

$$-(0^s 00075\ E^2 + 0^s 00000062\ E^3),$$

qu'il applique au terme proportionnel au nombre de périodes écoulées depuis l'origine adoptée, font *diminuer* trop rapidement la valeur de la période. Les éléments de M. Nijland sont donc à rejeter.

MM. Beliawsky et Meyermann concluent tous deux de leur discussion faite à peu près à la même époque que la durée de période de δ Céphée est *constante ;* le premier adopte pour cette durée $5^j\,366420$, et le deuxième, une valeur plus faible de $0^j\,000011$. Dans ces conditions, il suffisait évidemment de comparer les éléments de l'un d'eux aux maxima et minima normaux des tableaux IV et V, parce qu'alors de deux choses l'une : ou les éléments comparés représentent bien les observations, et il n'y a qu'à les adopter ; ou ils les représentent imparfaitement, et dans ce cas la méthode des moindres carrés permettra d'en calculer de meilleurs. Le résultat sera évidemment le même quels que soient ceux des deux éléments qui aient servi de point de départ, puisque les équations de condition auront, dans les deux cas, la même forme :

$$\Delta t_0 + E.\ \Delta P + (o-c) = o$$

Δt_0 et ΔP étant les corrections à l'époque origine et à la valeur de la période à déterminer.

Ce sont les éléments de M. Beliawsky, les plus récents, que j'ai employés pour cette comparaison. (L'époque que j'ai prise pour origine diffère de 53 périodes de celle de M. Beliawsky.)

Les différences obtenues avec eux sont inscrites dans les colonnes $(o - c'')$ des tableaux IV et V. J'ai divisé ces colonnes en deux parties : la deuxième $(o - c'')_b$ contient les différences provenant des observations de Schmidt, qui s'écartent nota-

blement et d'une façon systématique, des différences $(o - c'')_a$ que donnent les observations faites à la même époque par les autres observateurs. Je reviendrai plus loin sur ces divergences systématiques dans la détermination des époques de maxima et de minima d'éclat.

Les écarts $(o - c'')_a$ sont, dans le tableau IV, d'abord tous positifs, puis négatifs à partir de l'époque E = 3783 ; dans le tableau V, ils sont faibles et de signes quelconques jusqu'à l'époque E = 2463 ; ils sont ensuite tous negatifs et croissent en valeur absolue. La durée de période adoptée par M. Beliawsky paraît donc être trop grande.

17. — Nouveaux éléments. — Pour déterminer de nouveaux éléments représentant d'une façon plus satisfaisante l'ensemble des observations, j'ai traité par la méthode des moindres carrés séparément, les différences $(o - c'')_a$ du tableau IV et du tableau V. J'ai ainsi obtenu, pour les maxima et les minima, les éléments suivants :

	jours		jours		jours	
Maxima. . . .	2.393.659,862	±	0,021 + (5,366389	±	0,000077). E	
Minima. . . .	2.393.658,241	±	0,030 + (5,366383	±	0,000073). E	

La durée de période provenant de la discussion des maxima, ayant sensiblement la même précision que celle fournie par les minima, j'adopterai pour cette durée la valeur moyenne :

$$P = 5^{j}\,366386$$

Par suite, les nouveaux éléments sont :

Maxima .	1841 juillet 7 .	$20^{h}41^{m}3$ T. M. Paris	+ $5^{j}8^{h}47^{m}35^{s}8$. E.
Minima .	1841 juillet 6 .	$5^{h}47^{m}0$ »	

Les différences $o - c$ des tableaux IV et V ont été obtenues avec eux. Celles relatives aux maxima semblent avoir un caractère périodique ; mais comme on ne le retrouve pas dans celles provenant des minima et que, d'autre part, ainsi que je le montrerai plus loin, des erreurs systématiques peuvent

affecter les époques des maxima et des minima des divers observateurs, je conclurai, ainsi que MM. Meyermann et Beliawsky, que la durée de période de δ Céphée est *constante*.

18. — Je vais maintenant revenir sur les maxima et minima de Schmidt que je n'ai pas utilisés dans la détermination des éléments de δ Céphée, parce qu'ils donnent des différences $(o - c'')_b$ qui s'écartent beaucoup, et d'une façon systématique, de celles fournies par les autres observations faites à la même époque. La comparaison de ces différences, soit entre elles, soit avec celles de la colonne $(o - c'')_a$, justifie, à mon avis, cette exclusion et explique aussi pourquoi les très nombreuses observations de Schmidt n'ont jamais été discutées.

Je n'ai pas trouvé, dans les mémoires de Schmidt, d'indication relative à la façon dont il a tiré de ses observations les époques des maxima et des minima d'éclat. Le procédé de la simple courbe n'occasionnerait que difficilement, semble-t-il, une *équation personnelle* aussi forte que celle qui affecte ses résultats. Il est plus probable qu'il a employé le procédé de la courbe moyenne en utilisant une courbe provisoire très déformée. La déformation de la courbe employée peut, en effet, ainsi que je l'ai montré à propos de l'étoile variable T Petit Renard[1], produire des erreurs systématiques dans les époques d'éclats extrêmes relevées par son intermédiaire. Mais en l'absence des observations individuelles de Schmidt, on ne peut faire que des suppositions sur les causes des erreurs qui affectent ses résultats, sans espoir de pouvoir les corriger ; aussi je ne m'appesantirai pas davantage sur cette question.

Des écarts systématiques analogues, mais moins forts, apparaissent encore pour quelques observateurs dans les colonnes $(o - c)$ des tableaux IV et V, en particulier pour MM. Yendell et Glasenapp. En effet, tandis que leurs maxima normaux donnent des différences $(o - c)$ comparables à celles des autres

[1] M. Luizet, *Astronomische Nachrichten*, n° 3653.

observateurs, celles qu'accusent leurs minima sont un peu fortes et de signes contraires; si bien que l'intervalle de temps M — m, séparant le minimum d'éclat du maximum suivant, est environ de $0^{j}4$ plus grand, d'après M. Yendell, que d'après M. Glasenapp.

CHAPITRE IV

COURBE DE LUMIÈRE DE δ CÉPHÉE

19. — Durée d'augmentation d'éclat. — J'ai réuni dans le tableau suivant les valeurs de l'intervalle de temps M — *m* obtenues par divers observateurs. Ces valeurs représentent la durée d'augmentation d'éclat de δ Céphée. Quelques-unes ont déjà été publiées par leurs auteurs ; les autres proviennent des données contenues dans les tableaux IV et V. Je les ai classées par ordre de dates, ce qui permet de constater que, depuis plus d'un siècle, elles sont demeurées sensiblement constantes.

Observateurs	E	M — *m*	Observateurs	E	M — *m*
		j			j
Goodricke et Pigott.	— 3834	1,600	Wilsing	2758	1,846
Argelander	+ 438	609	Plassmann	3030	659
Schönfeld	1032	645	Yendell	3283	858
Argelander	1151	632	Nijland	3783	454
Auwers	1178	585	Glasenapp	3945	466
Schönfeld	1696	590	Luizet	3956	677
Argelander	1960	647	Wirtz	3960	438
Schönfeld	2202	529	Luizet	4190	699
Chandler	2317	740	Stebbins	4423	420
Schwab	2463	704	Luizet	4439	695
Schur	2651	637	Luizet	4640	685
			Moyenne		= 1,628

La valeur moyenne de M — *m*, qui résulte des valeurs individuelles des divers observateurs, Schmidt exclu, est donc :

$$M - m = 1^{j}15^{h}4^{m}$$

D'autre part, la différence des époques prises pour origine des maxima et des minima qui figurent dans les nouveaux éléments (p. 42) est :

$$M - m = 1^j 621 = 1^j 14^h 54^m$$

Ces deux valeurs sont peu différentes et comportent à peu près le même degré de précision; aussi j'adopterai leur moyenne :

$$M - m = 1^j 14^h 59^m = 1^j 624$$

Ce résultat montre que l'éclat de δ Céphée diminue en moyenne pendant $3^j 17^h 49^m$ et augmente pendant $1^j 14^h 59^m$. Mais sa diminution et son augmentation d'éclat se font-elles régulièrement ou présentent-elles des oscillations secondaires? Pour répondre à ces questions, je vais discuter les diverses courbes de lumière de δ Céphée qui ont été obtenues, et dont un certain nombre sont inédites.

20. — Courbes de lumière. — *Première courbe d'Argelander :* La première courbe de lumière représentant les changements d'éclat de l'étoile variable δ Céphée a été publiée par Argelander en 1842[1]. Il l'avait obtenue en groupant ses premières évaluations d'éclat, faites entre le 27 septembre 1840 et le 10 avril 1842[2], dans une même période dont la valeur $5^j 8^h 47^m 39^s 5$ était déduite de la comparaison de ses propres observations à celles faites en 1784 et 1785 par Goodricke et Pigott.

D'après cette courbe, l'éclat de δ Céphée augmente pendant $1^j 15^h$ et diminue pendant $3^j 18^h$ environ, durées peu différentes de celles que j'ai conclues précédemment de l'ensemble des observations ; mais, tandis que l'accroissement de lumière s'y

[1] *Astronomische Nachrichten*, n° 455, vol. XIX.
[2] *Astronomische Beobachtungen zu Bonn*, vol. VII, p. 451.

fait très régulièrement, on constate au contraire un *arrêt dans la diminution*, entre 0^j7 et 1^j0 après le maximum d'éclat.

Etant donné la grande notoriété d'Argelander, cet *arrêt* a été considéré depuis comme un des *caractères* de la variation lumineuse de δ Céphée.

21. — Je vais montrer que cet arrêt n'existe pas, *même dans les observations d'Argelander*. En comparant les courbes de lumière obtenues par les nombreux observateurs de cette étoile, j'ai constaté que l'irrégularité signalée par Argelander n'apparaissait ni dans les courbes obtenues depuis une trentaine d'années, ni dans celle que j'ai tirée des anciennes observations de Goodricke et Pigott. Cette anomalie n'aurait-elle donc existé que momentanément à l'époque où Argelander observait ? Afin d'éclaircir ce point, j'ai entrepris la réduction de l'ensemble de ses nombreuses observations (1.500 environ) en les divisant en quatre séries, dont chacune a fourni une courbe de lumière. Les quatre courbes que j'ai ainsi obtenues sont sensiblement superposables ; mais j'ai été fort surpris de ne trouver dans aucune d'elles l'arrêt dans la diminution qu'avait constaté Argelander. Il était, dès lors, évident que cet arrêt n'existait réellement pas, et qu'un examen minutieux des premières observations, qui avaient donné la courbe de lumière publiée en 1842, devait en montrer les causes.

J'ai, en effet, trouvé qu'un certain nombre de comparaisons se rapportant à des points de la courbe de lumière situés entre 0^j2 et 1^j0 après le maximum accusaient un éclat trop faible si l'on adoptait, *sans discussion*, pour la variable, l'*éclat moyen* résultant des comparaisons faites par rapport aux diverses étoiles de l'échelle de lumière. Ainsi, le 13 avril 1841, Argelander a fait, dans l'intervalle de deux heures, trois observations qui se rapportent à des points de la courbe de lumière situés à 0^j455, 0^j489 et 0^j539 après le maximum. Les éclats qui doivent être adoptés, d'après une judicieuse critique des comparaisons, sont respectivement $9^{deg}4$, $10^{deg}4$ et $10^{deg}4$, tandis

que la *moyenne des évaluations* donne $7^{\text{deg}}7$ pour la première et la dernière, et ce sont ces dernières valeurs qu'Argelander a acceptées. Je pourrais citer d'autres exemples analogues, occasionnant toutefois des différences moins grandes, mais toujours dans le même sens; si bien que, les observations n'étant pas très nombreuses dans la période de temps considérée, les

δ **Céphée** (Argelander, 1840-1842)

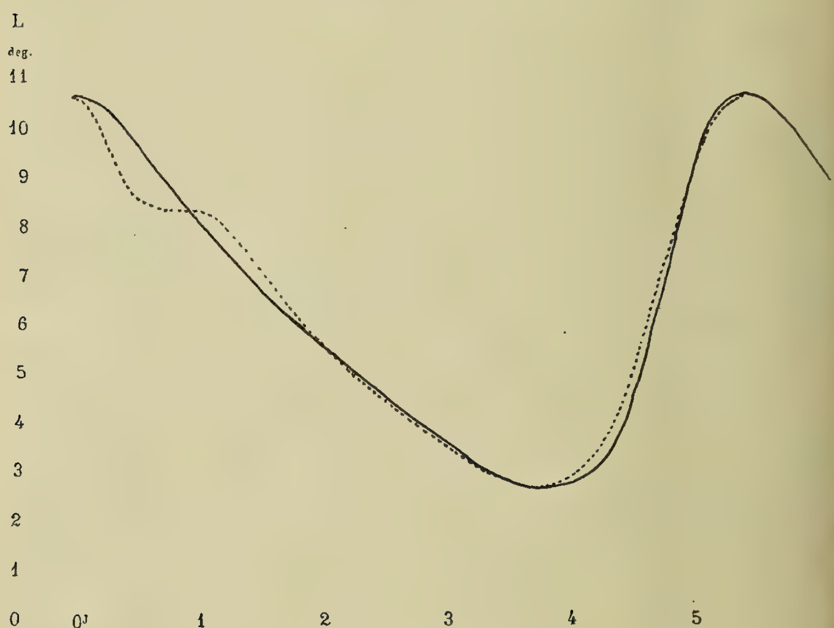


Fig. 1.

quelques évaluations donnant un éclat trop faible ont eu une grande influence sur la forme de la courbe de lumière et sont la cause principale de la trop rapide diminution d'éclat après le maximum que l'on rencontre dans la courbe d'Argelander.

La figure 1 montre, en trait ponctué, la courbe publiée en 1842, et, en trait plein, celle que j'ai tirée des mêmes observations.

Il est bon de rappeler que les observations d'Argelander,

faites en 1840 et 1841, constituent pour lui la période d'essai de la célèbre méthode d'observations des étoiles variables qu'il venait d'imaginer; il n'est donc pas surprenant d'y rencontrer quelques incorrections; mais, par la suite, ses évaluations d'éclat sont remarquablement concordantes; et, dans la discussion de l'ensemble de ses observations, que j'ai faite plus loin, je n'ai pas eu à en rejeter une seule depuis 1842.

Plus tard, Argelander s'est contenté de comparer à sa première courbe celles qu'il a tirées de ses observations ultérieures et a conclu qu'il n'y avait pas lieu de la modifier. On peut être étonné qu'il ait seulement utilisé ses nombreuses observations pour améliorer les éléments de la variation de δ Céphée et qu'il n'ait pas cherché à en tirer une courbe de lumière plus précise que celle de 1842. Aussi, estimant que cette omission était regrettable, il m'a paru intéressant de la réparer.

22. — Le détail des observations de δ Céphée faites par Argelander du 27 septembre 1840 au 28 novembre 1863 est donné dans le VII[e] volume des *Observations de Bonn*, pages 451 à 463. Mais les éclats de la variable résultant des comparaisons ne sont pas conclus. Pour les calculer, j'ai utilisé l'échelle de lumière qu'il donne dans le même volume, page 368 ; puis, ayant calculé une éphéméride des maxima à l'aide des éléments nouveaux, j'ai fait la différence de temps Δt (en millièmes de jour) séparant chaque observation du maximum calculé qui la précède immédiatement. Les 1.467 mesures d'éclat ont été ensuite ordonnées suivant les valeurs croissantes de Δt, et divisées en 49 groupes, dont 48 contiennent chacun 30 observations et le dernier 27.

Les moyennes des Δt et des éclats L correspondants de ces 49 groupes sont données dans le tableau VI et sont reportées dans la figure 2 où la courbe tracée en trait plein est la courbe moyenne de lumière de δ Céphée d'après les observations d'Argelander faites de 1840 à 1863. (Voir aussi B, fig. 4.)

C'est toujours ainsi que je procède pour obtenir la courbe moyenne de lumière d'une étoile variable du type δ Céphée. Mais il est bien évident que, suivant le nombre d'observations dont on dispose et la durée de période de l'étoile, le nombre des groupes, ainsi que celui des mesures que chacun d'eux comprend, doivent varier. Il est toutefois indispensable de ne

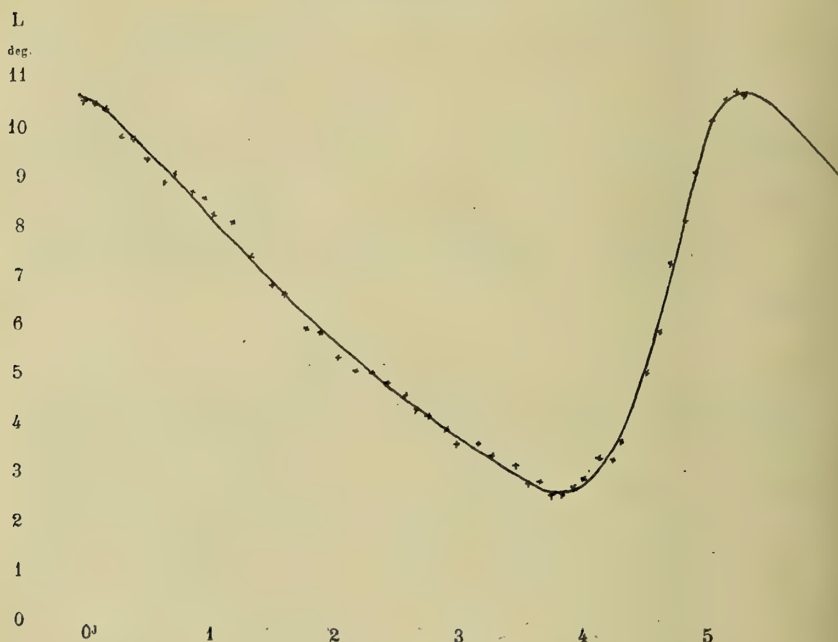


Fig. 2.

pas perdre de vue que les valeurs extrêmes des Δt correspondant aux mesures d'éclat qui entrent dans un groupe, doivent être assez rapprochées pour que l'élément de courbe qu'elles comprennent puisse être considéré comme rectiligne, sans quoi la moyenne du groupe pourrait affecter la forme de la courbe d'une quantité appréciable.

Pour les diverses courbes dont il sera question au cours de ce travail, je me bornerai dorénavant à indiquer le nombre de

groupes formés et celui des observations qui entrent dans chacun d'eux.

La figure 2 montre que la courbe obtenue avec les observations d'Argelander est *tout à fait régulière*, aussi bien dans la période de diminution d'éclat que dans la période d'accroissement.

23. — D'autres observateurs, Schönfeld et Schur, ont aussi trouvé une oscillation secondaire dans la branche descendante de la courbe de lumière de δ Céphée qu'ils ont tirée de leurs observations respectives ; mais cette irrégularité est moins marquée que celle de la première courbe d'Argelander, et je n'ai pas cherché à en trouver la cause. Je me suis contenté d'établir de nouveau les courbes de lumière de ces deux observateurs en groupant leur mesures d'éclat conformément aux nouveaux éléments.

24. — Pour obtenir la courbe de Schönfeld j'ai utilisé les 172 observations qu'il a faites entre le 12 juin 1855 et le 30 août 1857 [1]. J'en ai formé 17 groupes comprenant chacun 10 mesures d'éclat, sauf le dernier qui en contient 12. Les moyennes des Δt et des éclats correspondants L sont inscrites dans le tableau VII et ont été reportées sur la courbe D, fig. 4. Pour celle de Schur, je me suis servi des 180 observations qu'il a faites entre le 1[er] décembre 1877 et le 18 juillet 1885 [2]. Je les ai divisées en 18 groupes contenant également chacun 10 observations ; leurs moyennes sont données dans le tableau VIII et reportées en F, fig. 4.

[1] *Akademie des Wissenschaften Sitzungsberichte*, vol. XLII.
[2] *Astronomische Nachrichten*, n° 3282.

Tableau VI *(Argelander).*

Δt	L	Δt	L	Δt	L
j.	deg.	j.	deg.	j.	deg.
0,051	10,55	2,068	5,42	3,931	2,75
0,139	10,50	2,217	5,10	4,023	2,94
0,215	10,40	2,336	5,08	4,141	3,37
0,354	9,89	2,460	4,91	4,244	3,34
0,445	9,86	2,609	4,57	4,321	3,72
0,546	9,40	2,694	4,36	4 422	4,44
0,693	8,95	2,787	4,23	4,528	5,11
0,777	9,06	2,941	3,97	4,643	5,96
0,917	8,62	3,027	3,70	4,732	7,30
1,031	8,56	3,177	3,69	4,859	8,15
1,092	8,29	3,295	3,42	4,943	9,09
1,253	8,11	3,388	3,16	5,082	10,15
1,373	7,44	3,471	3,20	5,178	10,55
1,551	6,85	3,570	2,86	5,264	10,75
1,657	6,69	3,664	2,89	5,320	10,65
1,828	5,97	3,762	2,58		
1,938	5,92	3,848	2,61		

Tableau VII *(Schönfeld).*

Δt	L	Δt	L	Δt	L
j.	deg.	j.	deg.	j.	deg.
0,076	11,23	1,793	5,74	3,858	3,34
0,260	11,62	2,140	5,27	4,185	4,16
0,520	9,92	2,428	4,53	4,406	4,97
0,931	8,86	2,703	4,08	4,736	7,86
1,201	8,05	3,105	4,02	5,203	11,16
1,430	7,50	3,477	3,64		

Tableau VIII *(Schur).*

Δt	L	Δt	L	Δt	L
j	deg.	j.	deg.	j.	deg.
0,135	8,92	2,012	4,45	3,758	3,11
0,329	7,95	2,202	4,23	4,054	3,07
0,697	7,71	2,484	3,86	4,367	3,67
1,188	6,29	2,862	3,49	4,642	5,32
1,463	5,59	3,169	3,60	4,871	6,38
1,746	4,61	3,490	2,87	5,224	9,21

L'examen des courbes D et F, fig. 4, montre que les courbes de lumière de δ Céphée provenant des observations de Schönfeld et de Schur sont tout aussi régulières que celle fournie par les observations d'Argelander. L'existence des anomalies qu'avaient obtenues ces trois observateurs dans la branche descendante de la courbe de δ Céphée n'a donc aucune valeur objective.

CHAPITRE V

COMPARAISON DES COURBES DE LUMIÈRE DE δ CÉPHÉE

25. — Il m'a paru intéressant de comparer la forme de la courbe de δ Céphée obtenue à diverses époques par des observateurs différents, afin de voir si elle n'aurait pas subi des modifications progressives depuis plus d'un siècle.

Un certain nombre d'entre elles sont inédites, et j'ai dû les établir d'après les observations originales. Pour des raisons diverses, j'ai cru devoir en déterminer de nouveau d'autres qui avaient déjà été publiées, ainsi que je viens de le faire pour celles d'Argelander, Schönfeld et Schur.

En dehors des trois précédentes, les courbes que j'ai établies sont :

1° Celle de Goodricke et Pigott[1], dont les éclats résultant des comparaisons individuelles ont été calculés par Argelander. Je les ai divisées en 30 groupes de 6 observations dont les moyennes sont inscrites dans le tableau IX et ont servi à obtenir la courbe A (fig. 4).

2° Celle qui provient d'une série d'observations faites par Argelander en 1869-70-71 et qui ont été publiées après sa mort par les soins de Deichmuller[2]. Elles n'ont jamais été utilisées jusqu'ici.

[1] *Astronomische Beobachtungen zu Bonn*, vol. VII.
[2] *Nachgelassene Beobachtungen Veränderlicher Sterne*, Bonn, 1898.

J'en ai formé 30 groupes de 5, dont les moyennes sont contenues dans le tableau X et ont été reportées en E dans la figure 4.

Tableau IX *(Goodricke et Pigott).*

Δ t	L	Δ t	L	Δ t	L
j.	deg.	j.	deg.	j.	deg.
0,098	10,72	2,390	5,98	4,174	3,75
0,221	10,02	2,612	4,37	4,348	3,88
0,379	9,72	2,796	3,87	4,508	5,57
0,602	9,88	2,982	3,58	4,553	6,15
0,785	9,28	3,234	2,38	3,642	8,43
1,106	8,58	3,398	2,38	4,709	9,00
1,317	7,82	3,542	3,00	4,791	9,10
1,603	7,63	3,706	2,07	4,853	8,83
1,889	5,48	3,821	2,25	4,990	10,30
2,199	5,60	3,964	2,00	5,251	10,55

Tableau X *(Argelander, 2e courbe).*

Δ t	L	Δ t	L	Δ t	L
j.	deg.	j.	deg.	j.	deg.
0,123	10,88	2,184	4,95	3,804	2,22
0,304	9,94	2,338	3,76	3,881	2,46
0,598	8,78	2,516	3,80	4,067	3,40
0,753	8,66	2,751	4,42	4,206	3,68
0,880	7,98	2,923	3,76	4,493	5,66
1,093	7,86	3,015	2,72	4,690	7,32
1,262	6,46	3,174	2,90	4,827	8,56
1,568	6,80	3,369	2,98	4,987	10,72
1,854	5,04	3,519	2,84	5,092	10,82
2,049	5,26	3,699	2,90	5,215	10,84

3° La courbe de M. Wilsing[1], obtenue en formant avec ses observations 19 groupes de 6 dont les moyennes sont données tableau XI et ont servi à tracer la courbe G de la figure 4.

[1] *Publicationen des Astrophysikalischen Observatoriums zu Postdam*, vol. XI.

Tableau XI *(Wilsing).*

Δ*t*	L	Δ*t*	L	Δ*t*	L
j.	deg.	j.	deg.	j.	deg.
0,005	9,53	2,092	3,00	4,055	1,52
0,175	8,45	2,320	2,73	4,330	2,28
0,457	8,27	2,585	2,47	4,562	3,77
0,752	6,12	2,872	2,55	4,893	8,63
1,128	5,25	3,170	1,77	5,090	7,97
1,472	3,85	3,413	2,20	5,235	9,58
1,793	4,00	3,365	1,97		

Tableau XII *(Luizet).*

Δ*t*	L	Δ*t*	L	Δ*t*	L
j.	deg.	j.	deg.	j.	deg.
0,048	10,92	2,018	3,79	3,891	0,84
0,154	10,54	2,115	3,63	3,952	1,14
0,264	10,38	2,275	2,97	4,018	1,03
0,382	9,62	2,365	2,75	4,078	1,26
0,495	9,48	2,442	2,79	4,143	1,20
0,570	8,81	2,549	2,57	4,235	1,35
0,651	8,26	2,642	2,79	4,325	2,09
0,723	7,72	2,716	2,45	8,394	2,04
0,826	7,50	2,817	1,90	4,480	2,60
0,934	7,21	2,908	2,05	4,583	3,09
1,007	7,35	2,981	1,98	4,660	3,61
1,129	6,92	3,063	1,86	4,758	4,61
1,231	6,15	3,149	1,67	4,873	6,24
1,322	6,35	3,237	1,67	4,980	7,98
1,419	6,00	3,320	1,10	5,062	8,79
1,550	5,03	3,417	1,17	5,128	9,77
1,662	4,65	3,522	1,12	5,203	10,58
1,754	4,43	3,628	0,90	5,282	10,82
1,845	4,00	3,720	0,92	5,345	10,84
1,931	4,18	3,790	1,05		

4° Enfin la courbe fournie par mes observations :

J'ai divisé les 1.170 mesures d'éclat du tableau I en 58 groupes de 20 et 1 de 10. Les moyennes des Δt et des éclats L de ces 59 groupes sont inscrites dans le tableau XII et ont servi à obtenir la courbe (fig. 3); voir aussi L (fig. 4).

δ Céphée (Luizet 1898-1911).

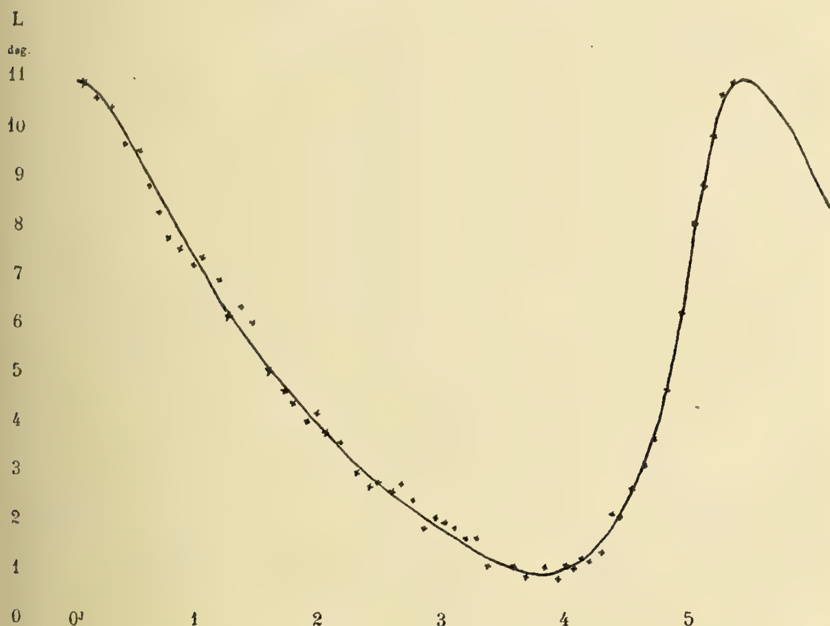


Fig. 3.

26. — Toutes les autres courbes de la figure 4 ci-jointe sont reproduites d'après les mémoires publiés par leurs auteurs. Ce sont celles de : Oudemans[1], courbe C; Nijland[2], courbe I; Glasenapp[3], courbe J; Wirtz[4], courbe H, et J. Stebbins[5], courbe K.

[1] *Zweijährige Beobachtungen*, Amsterdam, 1856.
[2] *Astronomische Nachrichten*, n° 3853.
[3] *Astronomische Nachrichten*, n° 3952.
[4] *Astronomische Nachrichten*, n° 3690.
[5] *The Astrophysical Journal*, vol. XXVII, p. 188.

Le courbe de M. Wirtz provient de 42 clichés photographiques faits entre le 13 juillet et le 23 novembre 1899; les éclats y sont exprimés en grandeurs stellaires, ainsi que dans la courbe de M. Nijland.

M. Stebbins s'est servi d'un photomètre polarisant de M. E. C. Pickering fixé sur l'équatorial de 12 pouces de l'Observatoire de l'Université de l'Illinois. Il a mesuré la différence d'éclat entre δ Céphée et une étoile voisine, de sixième grandeur environ, située à 41″ d'elle, en procédant de la façon suivante : il faisait alternativement 16 pointés avec l'œil droit, puis 16 avec l'œil gauche jusqu'à ce que 96 mesures soient obtenues; la moyenne de ces 96 pointés, faits dans un intervalle de temps de 40 à 50 minutes pendant lequel l'éclat de la variable peut-être considéré comme constant, constitue ce qu'il appelle *une observation.* M. Stebbins a ainsi réuni 74 observations entre le 30 juin 1906 et le 12 septembre 1907 dont il a tiré la courbe de lumière reproduite en K, fig. 4.

27. — Les douze courbes rapprochées dans la figure 4 ci-jointe ont, sauf celle d'Oudemans, des formes peu différentes; mais toutes n'ont pas été obtenues avec des nombres comparables d'observations et n'ont pas, par conséquent, la même précision. Cependant, leur comparaison semble montrer qu'en général les anciennes courbes accusent, au voisinage du minimum, une variation de lumière un peu plus rapide que les courbes récentes, tandis que c'est le contraire qui paraît avoir lieu vers le maximum. En particulier, la comparaison de ma courbe de lumière à celle d'Argelander (1840-1863) montre nettement une modification dans ce sens. Pour rendre cette comparaison plus facile, j'ai ramené la courbe d'Argelander à la même amplitude que la mienne par la formule :

$$\text{Luizet} = 1{,}24.\ \text{Argelander} - 2^{\text{deg}}40$$

et voici les ordonnées relevées de 12 heures en 12 heures sur ces deux courbes :

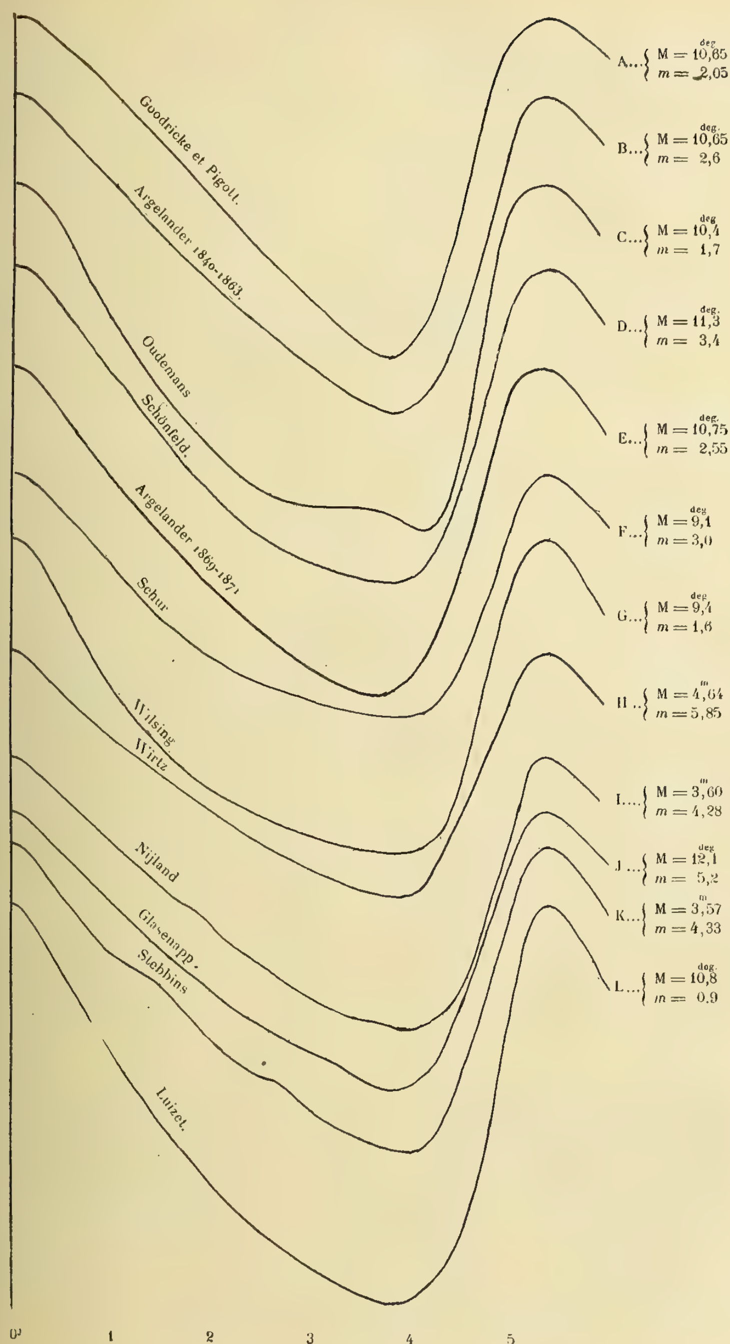

δ Céphée
Goodricke et Pigott.
Argelander 1840-1863.
Oudemans
Schönfeld.
Argelander 1869-1871
Schur
Wilsing
Wirtz
Nijland
Glasenapp.
Stebbins
Luizet.
A... M = 10,65 deg, m = 2,05
B... M = 10,65 deg., m = 2,6
C... M = 10,4 deg, m = 1,7
D... M = 11,3 deg., m = 3,4
E... M = 10,75 deg., m = 2,55
F... M = 9,1 deg, m = 3,0
G... M = 9,4 deg, m = 1,6
H... M = 4,64 m, m = 5,85
I... M = 3,60 m, m = 4,28
J... M = 12,1 deg, m = 5,2
K... M = 3,57 m, m = 4,33
L... M = 10,8 deg, m = 0.9
0j
1
2
3
4
5

FIG. 4.

Δt	Argelander	Luizet	L.-A.
jours	degrés	degrés	degrés
0,00	10,87	10,87	0,00
0,50	9,65	9,20	— 0,45
1,00	7,95	7,12	— 0,83
1,50	6,34	5,40	— 0,94
2,00	4,92	3,85	— 1,07
2,50	3,51	2,70	— 0,81
3,00	2,31	1,87	— 0,44
3,50	1,26	1,10	— 0,16
4,00	1,07	1,00	— 0,07
4,50	3,68	2,62	— 1,06
5,00	9,32	8,00	— 1,32
5,37	10,87	10,87	0,00

D'après les différences Luizet-Argelander, ma courbe est constamment en dehors de celle d'Argelander ; elle accuse une variation lumineuse plus rapide vers le maximum et plus lente vers le minimum que la sienne. A ne considérer que ces deux courbes, une modification bien marquée dans la succession des éclats de δ Céphée dans une période, se serait donc produite depuis cinquante ans environ. Un résultat semblable apparaît également dans la comparaison de la courbe de Goodricke et Pigott à celle d'Argelander; mais parmi les courbes récentes, il en est quelques-unes qui ne le confirment pas. Dans ces conditions, et étant donné que les courbes en discussion sont affectées d'une façon tout à fait inconnue par la sensibilité relative de l'œil des divers observateurs qui les ont obtenues, on ne peut formuler que très timidement la conclusion suivante : il semble que depuis plus d'un siècle, la forme de la courbe de lumière de δ Céphée se soit légèrement modifiée, de telle sorte que la variation lumineuse est actuellement un peu plus rapide près du maximum, et un peu plus lente près du minimum qu'elle ne l'était autrefois.

CHAPITRE VI

ÉTOILES DE COMPARAISON ET AMPLITUDE DES VARIATIONS

28. — Les étoiles voisines de δ Céphée choisies par Goodricke en 1784 pour comparer son éclat dans toute l'étendue de ses changements, ont été utilisées depuis par la plupart des observateurs. Ces étoiles sont :

ζ, ι, ε, ξ Céphée et 7 Lézard.

Leurs grandeurs stellaires déterminées par Pritchard[1] avec un photomètre à coin, par MM. Müller et Kempf avec un photomètre de Zöllner[2], et à l'Observatoire d'Harvard College avec le photomètre méridien de M. Pickering[3], sont les suivantes :

	U. N. O.	Potsdam	H. C. O (vol. 44)	H. C. O. (vol. 50)
	m	m	m	m
ζ Céphée	3,39	3,60	3,70	3,62
ι »	3,61	3,68	3,72	3,68
7 Lézard	4,15	3,94	3,80	3,85
ε Céphée	4,76	4,36	4,23	4,23
ξ »	4,72	4,42	4,38	4,40

Ces évaluations ne sont pas très concordantes, et celles de l'*Uranometria nova,* qui diffèrent notablement des trois autres, sont celles qui donnent les éclats relatifs les plus conformes à ce que l'œil nu perçoit, au moins pour les trois plus brillantes

[1] Pritchard, *Uranometria nova Oxiniensis.*
[2] *Publicationen des Astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam*, Bd 19.
[3] *Annals of the Astronomical Observatory of Harvard College*, vol. XLIV et L.

étoiles. Pour ε et ξ Céphée, les divergences des résultats sont assez curieuses : Pritchard trouve ξ Céphée plus brillante de $0^{m}04$ que ε, et est en cela d'accord avec les observations visuelles d'Argelander, Schönfeld et Wilsing ; tandis que, d'après les mesures photométriques de Potsdam et d'Harvard College, c'est au contraire ε Céphée qui est la plus brillante des deux, et telle est aussi, quant au sens, mon impression visuelle. Il est bien difficile de savoir quel est le meilleur de ces deux résultats opposés ; mais on peut conclure, sans grande erreur, que ε et ξ Céphée ont des éclats sensiblement égaux.

29. — Echelles de lumière. — Les échelles de lumière obtenues par les divers observateurs de δ Céphée sont les suivantes :

	Argelander — degrés	Schönfeld — degrés	Oudemans — degrés	Schur — degrés	Wilsing — degrés	Luizet — degrés
ζ	12,1	12,3	14,8	11,0	9,9	12,7
ι	10,8	10,2	11,0	9,0	6,6	9,5
γ	6,9	6,9	7,1	5,9	5,5	5,6
ε	2,0	2,1	2,0	2,0	1,3	0,2
ξ	2,7	2,8	»	»	1,7	0,0

Dans ces échelles, les éclats relatifs des étoiles sont exprimés en degrés, dont la valeur évaluée en grandeur stellaire, en général différente pour chaque observateur, est en moyenne, dans le cas actuel, de $0^{m},075$ environ.

Dans le but de comparer ces échelles de lumière, je les ai ramenées à avoir toutes la même amplitude ζ — ε que celle d'Argelander :

	Argelander — degrés	Schönfeld — degrés	Oudemans — degrés	Schur — degrés	Wilsing — degrés	Luizet — degrés	μ — degrés
ζ	12,1	12,1	12,1	12,1	12,1	12,1	12,1
ι	10,8	10,0	9,1	9,9	8,2	9,5	9,6
γ	6,9	6,7	6,0	6,4	6,9	6,3	6,5
ε	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0
ξ	2,7	2,7	»	»	2,5	1,8	2,4

Sous cette forme, on voit que, depuis soixante-dix ans, les éclats relatifs de ces 5 étoiles sont demeurés sensiblement les mêmes. ζ a été considérée par Argelander, comme n'étant pas absolument constante; les valeurs extrêmes qu'il a obtenues sont 11^{deg}4 en 1840 et 13^{deg}0 en 1856; mais, les observations faites depuis n'ayant pas vérifié cette variation, j'ai adopté pour ζ la valeur moyenne de ses évaluations, 12^{deg}1.

30. — Eclats extrêmes de δ Céphée. — La colonne μ du tableau précédent contient, pour chaque étoile, un éclat relatif qui est la moyenne de ceux des six observateurs. C'est avec cette échelle *moyenne* de lumière μ, que j'ai calculé les grandeurs stellaires L′ ci-dessous des étoiles de comparaison, en adoptant pour l'étoile ι Céphée la grandeur 3^{m},69 et 0^{m},075 pour valeur de 1 degré :

	L′
	m
ζ Céphée	3,57
ι Céphée	3,69
7 Lézard	3,94
ε Céphée	4,27

C'est en fonction de cette échelle L′ que j'ai évalué en grandeurs stellaires, d'après les courbes de lumière, les éclats extrêmes de δ Céphée, sauf ceux de MM. Stratonow [1], Nijland, Glasenapp et Stebbins qui proviennent de leurs mémoires respectifs.

	Maxima	Minima	Amplitude
	m	m	m
Argelander	3,65	4,24	0,56
Schönfeld	3,60	4,17	0,57
Oudemans	3,71	4,29	0,58
Argelander II	3,69	4,23	0,54
Schur.	3,67	4,26	0,59

[1] *Publications de l'Observatoire de Tachkent*, n° 5, 1904.

	Maxima	Minima	Amplitude
	m	m	m
Wilsing	3,58	4,32	0,74
Stratonow	3,70	4,34	0,64
Nijland	3,60	4,28	0,68
Glasenapp	3,57	4,37	0,80
Stebbins	3,57	4,33	0,76
Luizet.	3,60	4,24	0,64

Les moyennes de ces résultats sont :

Maximum . . . . $3^m,62$
Minimum . . . . $4^m,27$
Amplitude. . . . . $0^m,65$

Je n'ai pas fait figurer dans le tableau ci-dessus les éclats extrêmes obtenus photographiquement par M. Wirtz ; ils sont beaucoup plus faibles (max. $4^m,68$, min. $5^m,93$), que ceux observés visuellement, à cause de la *couleur jaunâtre* de δ Céphée, et accusent une amplitude de variation presque double.

CHAPITRE VII

CONCLUSIONS

31. — Parmi les résultats que j'ai obtenus en discutant les très nombreuses observations de l'étoile variable δ Céphée qui ont été faites depuis plus d'un siècle, et dont un certain nombre, en dehors des miennes, n'avaient jamais été utilisées, quelques-uns peuvent être considérés comme définitifs; mais la plupart seront sans doute modifiés ultérieurement lorsque de nouvelles données seront venues s'ajouter à celles dont on dispose actuellement.

Ces résultats peuvent être résumés ainsi :

1° La variation lumineuse de δ Céphée est *régulière*, contrairement à ce qui a été longtemps admis d'après la première courbe de lumière publiée par Argelander.

2° L'éclat de cette étoile augmente, en moyenne, pendant $1^j\ 14^h\ 59^m$ et diminue pendant $3^j\ 17^h\ 49^m$.

3° La durée de période de sa variation est constante et égale à $5^j\ 8^h\ 47^m\ 35^s,8$.

4° Les époques successives des maxima et minima d'éclat sont représentées par les éléments suivants :

$$\left.\begin{array}{llll} \text{Maxima, } 1841 \text{ juillet } 7. & 20^h 41^m 3 & \text{T. M. Paris} \\ \text{Minima, } 1841 \text{ juillet } 6. & 5^h 47^m 0 & \text{»} \end{array}\right\} + 5^j 8^h 47^m 35^s 8.\ E.$$

5° Ses éclats visuels extrêmes sont, en grandeurs stellaires,

$$M = 3^m,62 \qquad m = 4^m,27.$$

Tel est l'état actuel de nos connaissances sur la variation

lumineuse de δ Céphée, d'après l'ensemble des documents que les ressources des Bibliothèques de l'Université, de l'Observatoire et de l'Académie des Sciences, Belles-Lettres et Arts de Lyon, m'ont permis de consulter. Les mémoires que je n'ai pas pu utiliser sont en petit nombre, et j'aime à espérer qu'ils n'auraient pas modifié sensiblement les résultats que j'ai obtenus.

LES CÉPHÉIDES

CONSIDÉRÉES COMME ÉTOILES DOUBLES

CHAPITRE VIII

HISTORIQUE

32. — Découverte de Bélopolsky. — Aucune tentative d'explication de la variabilité d'éclat de δ Céphée n'a été faite jusqu'au moment où il a été reconnu que cette étoile est un système binaire dont la révolution orbitale a la même durée que la période de ses variations lumineuses. Cette belle découverte, due à Belopolsky [1], résulte de l'étude spectographique de δ Céphée qu'il a faite, en 1894, à l'aide d'un prisme monté sur l'équatorial de 30 pouces de l'Observatoire de Poulkovo; elle constitue un progrès considérable dans l'état de nos connaissances sur la constitution de cette étoile, et jette un peu de clarté sur la question de sa variabilité jusqu'alors si obscure.

Depuis, toutes les Céphéides suffisamment brillantes pour pouvoir être soumises à l'analyse spectrale ont montré, comme δ Céphée, des déplacements de raies s'effectuant périodiquement dans le même temps que leurs changements d'éclat. Ces étoiles sont donc toutes des *systèmes doubles,* et les méthodes

[1] A. Bulopolsky, das Spectrum von δ Cephei (*Astronomische Nachrichten*, n° 3257, et *Bulletin de l'Académie impériale des sciences de Saint-Pétersbourg*, novembre 1894.

de calcul employées pour la détermination des éléments orbitaux des spectroscopiques binaires[1] peuvent leur être appliquées.

33. — C'est ainsi que, pour 11 des plus brillantes Céphéides, on a obtenu les éléments contenus dans la liste ci-dessous, tirée d'un mémoire de M. Duncan[2], où P est la période de révolution orbitale, *e* l'excentricité, ω la longitude du périastre comptée à partir de la ligne des nœuds, intersection du plan de l'orbite avec le plan tangent à la sphère céleste, T l'époque du passage au périastre comptée, en jours, à partir du maximum de lumière, et *a* sin *i* la projection orthographique du demi-grand axe sur le plan contenant la ligne des nœuds et le rayon visuel.

Etoile	P	*e*	ω	T	*a* sin *i*
—	—	—	—	—	—
	jours		°	jours	kilom.
RT Cocher	3,73	0,36	92,0	3,4	826.000
ζ Gémeaux . . .	10,15	0,22	333	6,4	1.798.000
X Sagittaire . . .	7,01	0,45	90,4 ±	6,3	1.300.000
Y Ophiuchus . . .	17,12	0,10	209,2	2,6	1.999.000
W Sagittaire . . .	7,59	0,32	70,0	6,7	1.930.000
Y Sagittaire . . .	5,77	0,16	32,0	4,5	1.485.000
SU Cygne	3,85	0,21	345,8	2,5	1.350.000
η Aigle	7,18	0,49	68,9	6,2	1.545.000
S Flèche	8,38	0,35	69,9	1,3	2.000.000
T Petit Renard . .	4,44	0,43	111	3,5	969.000
δ Céphée . . .	5,37	0,46	272,3	4,8	1.300.000

34. — En dehors de ces 11 étoiles, les éléments de quelques-unes des plus brillantes parmi les Céphéides de la liste donnée page 4 pourront être obtenues par la méthode spectroscopique ; mais on peut aisément prévoir que leur nombre sera très limité, étant donné que, d'une part, les instruments actuels ne permettent pas d'étudier spectrographiquement les étoiles

[1] Ch. André, *Astronomie stellaire*, 2e partie, chap. XVI.
[2] J.-C. Duncan, *Lick Observatory Bulletins*, n° 151.

inférieures à la 8e grandeur, et que, d'autre part, il reste certainement peu d'étoiles variables brillantes du type δ Céphée à découvrir, tandis qu'au contraire le nombre des Céphéides de faible éclat s'accroît constamment.

Dans ces conditions, il était intéressant de chercher une méthode de calcul s'appliquant à toutes les Céphéides, quel que soit leur éclat, et permettant d'obtenir les éléments de leur orbite en prenant comme données, non plus les vitesses radiales, mais les *courbes de lumière* qu'il est toujours possible d'avoir, même pour les étoiles les plus faibles. C'est une telle méthode, limitée aux Céphéides ayant une courbe de lumière *régulière*, qu'on trouvera exposée plus loin. Auparavant, je rappellerai brièvement les diverses théories qui ont été proposées pour expliquer la variation lumineuse de ces étoiles.

Hypothèses faites sur la constitution des Céphéides.

35. — La plus ancienne est due à M. A.-W. Roberts[1]. Après avoir rappelé et discuté les éléments de l'orbite de δ Céphée que M. Belopolsky venait d'obtenir d'après ses mesures de vitesse radiale, M. Roberts émet l'hypothèse que la variation d'éclat de cette étoile est peut-être due à la hausse de température que subit le compagnon lumineux à son passage au périastre. Mais cette théorie est en contradiction avec certains résultats spectroscopiques encore inconnus lorsque M. Roberts écrivait son mémoire ; elle est donc inacceptable.

36. — Peu de temps après sa publication, l'hypothèse de M. Roberts a d'ailleurs été vivement critiquée par M. L.-A. Eddie[2], qui, à son tour, a émis l'idée suivante : « Ne pourrait-

[1] A.-W. Roberts, Close binary systems and their relation to short-period variations (*The Astrophysical Journal*, vol. II, p. 283.

[2] L.-A. Eddie, The short period variable δ Cephei (*The Astrophysical Journal*, vol. III, p. 227).

on pas expliquer la rapide augmentation de l'éclat, et sa variabilité périodique, par des phénomènes de marées produites dans le corps brillant par son approche du corps sombre principal au périastre ou près de lui ? »

Il serait déraisonnable de ne pas admettre que des marées doivent se produire dans des corps aussi voisins que ceux dont il est ici question. Mais, en supposant qu'elles soient assez intenses pour modifier l'éclat des Céphéides, ces marées peuvent-elles produire une succession d'apparences lumineuses conforme à celle que nous présentent ces étoiles ?

Il doit, semble-t-il, résulter de l'effet des marées un allongement des deux corps suivant la ligne de leurs centres, et une durée de rotation sensiblement égale à la durée de révolution. Si nous supposons que le satellite soit uniformément lumineux, nous verrons son éclat varier comme l'aire de la section droite du cylindre, à génératrices parallèles au rayon visuel, qui lui est circonscrit ; il passera donc par *deux maxima* égaux et par *deux minima* égaux à chaque révolution. La marée seule ne peut donc pas expliquer la variation de lumière des étoiles du type δ Céphée.

37. — Les plus grands éclaircissements dans la question de la variabilité des Céphéides ont été apportés par M. Sébastian Albrecht[1].

Dans ce mémoire remarquable, il montre que les courbes de vitesse radiale des deux Céphéides Y Ophiuchus et T Petit Renard, dont il vient de calculer les orbites, ont non seulement de grands points de ressemblance avec celles de leurs variations d'éclat, mais que *les éclats extrêmes coïncident avec les maxima de vitesse radiale*. Et nous avons vu (page 5) que cette coïncidence constituait un des caractères des Céphéides.

M. S. Albrecht fait encore remarquer que les courbes de

[1] Sebastian Albrecht, A spectographic study of the fourth-class variable stars Y Ophiuchi and T Vulpeculae (*The Astrophysical Journal*, vol. XXV, n° 5, juin 1907).

lumière de W Sagittaire et de Y Ophiuchus présentent des inflexions secondaires qu'on retrouve dans les courbes de vitesse radiale, et conclut très justement de tout ceci que, dans les étoiles du type δ Céphée, les variations de vitesse et de lumière sont liées de la façon la plus intime, et que *si la variation de vitesse radiale dépend de la situation de l'orbite par rapport à l'observateur, la variation d'éclat observée doit en dépendre également.*

38. — Antérieurement à M. Albrecht, M. R.-H. Curtiss [1] avait remarqué, dans une discussion relative à l'étoile W Sagittaire, que ses courbes de lumière et de vitesse radiale étaient liées de telle sorte que le mouvement *vers la terre* de la composante brillante de ce système binaire était accompagné d'un éclat plus grand que le mouvement opposé. Il n'a pas cherché à vérifier, comme l'a fait M. Albrecht, si ce fait était général pour toutes les Céphéides étudiées au spectroscope ; mais il est le premier à avoir émis l'hypothèse d'un milieu résistant dans lequel se mouvrait la composante brillante, et qui augmenterait l'éclat de la portion de cette étoile qui fait face à la direction du mouvement.

39. — Cette hypothèse de M. Curtiss pour expliquer la variation lumineuse de W Sagittaire a été reprise en 1907 par M. F.-H. Loud[2] qui l'a étendue à toutes les étoiles du type δ Céphée. L'opinion de M. Loud sur les Céphéides peut être résumée ainsi : La duplicité de ces étoiles nous étant révélée par un déplacement périodique des raies de leur spectre, et non pas par leur dédoublement, une seule des composantes est lumineuse ; son éclat est dû au choc des particules du milieu dans lequel elle se meut, et dans lequel son compagnon est relativement fixe.

[1] *The Astrophysical Journal*, vol. XX, p. 186.
[2] F.-H. Loud, A suggestion toward the explanation of short period variability (*The Astrophysical Journal*, vol. XXVI, décembre 1907).

Dans son mémoire, M. Loud cherche encore à expliquer les irrégularités qu'on constate dans la diminution d'éclat de quelques étoiles de ce type, en faisant intervenir, ensemble ou séparément, les trois causes suivantes : excentricité de l'orbite produisant une plus grande vitesse près du périastre; effet optique dû à la variation de la vitesse orbitale, tandis que la vitesse de rotation est constante; enfin, des variations dans la densité du milieu résistant.

40. — La théorie la plus récente qui ait été faite pour expliquer les changements d'éclat des Céphéides est due à M. Duncan[1].

Il envisage d'abord l'hypothèse d'un milieu résistant, et, bien qu'il trouve qu'elle a beaucoup de raisons en sa faveur, principalement le fait qu'elle synchronise les maxima et minima d'éclat avec les maxima de vitesse radiale négative et positive, il la rejette, cependant, pour adopter la suivante : puisque, dit-il, les Céphéides appartiennent au type solaire, les raies noires d'absorption caractéristiques de leur spectre indiquant la présence d'une enveloppe absorbante autour de l'étoile brillante, le changement d'éclat est peut-être dû à la variation de l'absorption de cette enveloppe. Il est ainsi conduit à supposer qu'une enveloppe très rare de matière nébuleuse entoure le corps le plus sombre du couple et que l'atmosphère de la composante brillante est accumulée à l'arrière par le frottement du milieu, si bien que son épaisseur sur la face avant soit moindre que celle qui recouvre la face arrière.

Telles sont les hypothèses qui ont été faites jusqu'à présent pour expliquer la variation lumineuse continue des étoiles variables du type δ Céphée.

[1] *Lick Observatory Bulletins*, vol. V, n° 151.

CHAPITRE IX

COURBE D'ÉCLAT, COURBE DE VITESSE RADIALE

41. — Courbe d'éclat. — Dans la courbe de lumière d'une Céphéide, qu'elle ait été obtenue à l'aide d'un photomètre ou par la méthode d'Argelander, l'éclat de la variable peut toujours être évalué en grandeurs stellaires. Mais, dans le problème de la détermination des éléments orbitaux des Céphéides que je me suis proposé de résoudre, ce qu'il importe de connaître, c'est non pas la grandeur stellaire de l'étoile à un moment donné, mais son éclat absolu, ou tout au moins son éclat rapporté à celui d'une autre étoile pris pour unité.

Il faut donc, au moyen de la formule de Pogson, exprimer en éclats la succession des impressions lumineuses que nous recevons d'une étoile, c'est-à-dire transformer en *courbe d'éclat* sa courbe de lumière évaluée en grandeurs stellaires.

C'est sur la courbe d'éclat exclusivement que je raisonnerai dorénavant.

42. — Précision que comportent les courbes d'éclat aussi bien que les courbes de vitesse radiale. — Les courbes d'éclat d'une même étoile obtenues indépendamment par plusieurs observateurs ne sont jamais exactement superposables, même lorsqu'elles résultent d'un grand nombre de mesures. Cela doit, semble-t-il, résulter de causes d'ordre physiologique et dépendre beaucoup de la sensibilité relative des divers observateurs pour la couleur jaunâtre, analogue à celle de notre soleil, que possèdent les étoiles variables du type δ Céphée.

Des exemples de divergences dans la forme de la courbe

d'éclat d'une Céphéide obtenue par des observateurs différents sont montrés dans la figure 4 à propos de δ Céphée et pour S Machine pneumatique et T Petit Renard dans les figures 9 et 12 respectivement.

43. — La photographie a bien le grand avantage de donner des résultats plus indépendants de l'observateur; mais elle introduit d'autres causes d'erreur par l'inégale sensibilité des plaques, la couleur des étoiles, la longueur des temps de pose que nécessitent les astres faibles, etc.

L'étude spectrographique des Céphéides en vue de la détermination des vitesses radiales doit, pour les mêmes raisons que la photométrie photographique, être également affectée de certaines erreurs; entre autres, la durée des temps de pose, qui atteint parfois trois heures, lorsqu'il s'agit d'étoiles inférieures à la septième grandeur, doit diminuer l'amplitude de la courbe des vitesses radiales : les vitesses maxima obtenues doivent être, en effet, toujours inférieures en *valeur absolue* aux vitesses radiales *réelles*. Cette cause d'erreur doit être particulièrement agissante dans le cas où on a affaire à des vitesses radiales très variables au voisinage des maxima, et où la durée des temps de pose représente une fraction notable de la période par suite du faible éclat de la Céphéide, de la dispersion du spectre, de la sensibilité des plaques, etc.

44. — Les Céphéides ayant été étudiées au spectroscope par plusieurs observateurs indépendamment, sont peu nombreuses, à ma connaissance. η Aigle, cependant, est dans ce cas. Son orbite fut calculée d'abord par Belopolsky, d'après ses mesures de vitesse radiale faites en 1897[1], puis par M. Wright, d'après ses mesures de vitesse faites de juin à octobre 1899[2].

[1] A. Belopolsky, Researches on the spectrum of the variable star η Aquilae (*The Astrophysical Journal*, vol. VI, p. 393).

[2] W.-H. Wright, The Orbit of η Aquilae (*The Astrophysical Journal*, vol. IX, p. 59).

Le premier trouve pour l'excentricité e de l'orbite et pour le temps T du passage du corps lumineux au périastre compté à partir du maximum d'éclat :

$$e = 0,163 \qquad T = 2^{j}0$$

et le deuxième :

$$e = 0,489 \qquad T = 6^{j}2,$$

la durée de révolution étant $7^{j}176$.

On voit que la forme de l'orbite est très différente d'après ces deux observateurs; et, tandis que le premier place le passage du corps brillant au périastre deux jours après le maximum d'éclat, le deuxième le place, au contraire, un jour avant.

Un autre exemple de désaccord, cependant moins remarquable que le précédent, se rapporte à deux mesures faites par M. Frost[1], que M. Albrecht n'a pas pu utiliser dans sa courbe de vitesse radiale de l'étoile T Petit Renard[2]. Ces exemples, qu'il serait facile de multiplier en comparant les résultats obtenus indépendamment par plusieurs observateurs pour certaines spectroscopiques binaires, suffisent pour montrer l'inexactitude dont peuvent être affectées les courbes de vitesse radiale, aussi bien que les courbes d'éclat.

[1] *The Astrophysical Journal*, vol. XX, p. 296.
[2] *Lick Observatory Bulletins*, vol. VI.

CHAPITRE X

CALCUL DES ÉLÉMENTS DE L'ORBITE D'UNE CÉPHÉIDE

45. — Les travaux analysés brièvement dans l'*Historique* précédent, montrent que les causes pouvant produire les changements d'éclat que nous observons dans les Céphéides ne sauraient résider dans les corps eux-mêmes, mais qu'elles doivent être, au contraire, d'origine extérieure et intimement liées à leur mouvement orbital.

Je vais montrer que, si on adopte l'hypothèse de M. Duncan ou celle de M. Loud, on peut obtenir les éléments orbitaux de ces systèmes binaires en basant cette détermination :

1° Sur un résultat d'observation : les époques du maximum et du minimum d'éclat d'une Céphéide coïncident avec celles où ses vitesses radiales négative et positive sont maxima ;

2° Sur le théorème suivant : les vitesses radiales d'une Céphéide sont maxima, lorsque le corps lumineux passe par les extrémités de la corde focale perpendiculaire au rayon visuel, c'est-à-dire par les *nœuds*. En voici une démonstration tirée du 2e volume d'*Astronomie stellaire* de M. Ch. André.

Désignons par i l'inclinaison du plan de l'orbite sur le plan tangent à la sphère céleste, par R la vitesse radiale, v la composante de la vitesse réelle dans l'orbite estimée suivant une perpendiculaire à la ligne des nœuds ; on aura :

$$R = v \sin i.$$

λ étant la longitude du périastre comptée à partir de la ligne des nœuds, V l'anomalie vraie, considérons un point de

l'orbite défini par le rayon vecteur r et l'argument de latitude $u = V + \lambda$; sa distance s au foyer, estimée suivant une perpendiculaire à la ligne des nœuds, sera :

$$s = r \sin u$$

d'où :

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{dr}{dt} \sin u + r \cos u \frac{du}{dt} = \frac{du}{dt} \left(\frac{dr}{du} \sin u + r \cos u \right)$$

Or, on a :

$$\frac{du}{dt} = \frac{dV}{dt}, \text{ et } \frac{dr}{du} = \frac{dr}{dV} = r \frac{e \sin V}{1 + e \cos V}$$

En remplaçant $1 + e \cos V$ par sa valeur, il vient :

$$v = \frac{r^2}{a(1 - e^2)} [e \cos \lambda + \cos (V + \lambda)] \frac{dV}{dt}$$

D'autre part, c étant la constante des aires, on a :

$$\frac{dV}{dt} = \frac{c}{r^2} = \frac{2\pi a^2 \sqrt{1 - e^2}}{P} \cdot \frac{1}{r^2}$$

d'où :

$$v = \frac{2\pi a}{P\sqrt{1 - e^2}} [e \cos \lambda + \cos (V + \lambda)]$$

v et, par suite, R seront donc maximum lorsqu'on aura :

$$\cos (V + \lambda) = \pm 1$$

c'est-à-dire lorsque le corps lumineux traversera la ligne des nœuds.

46. — Voici une autre démonstration de ce théorème due à M. Le Vavasseur, professeur à la Faculté des Sciences de Lyon.

Considérons dans le plan de l'orbite deux axes rectangulaires OX, OY ayant le foyer pour origine et l'axe OX étant dirigé suivant le rayon visuel.

L'équation du mouvement du corps mobile suivant OX sera :

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{\mu x}{r^3}$$

La vitesse radiale $\frac{dx}{dt}$ sera maximum ou minimum quand sa dérivée sera nulle, c'est-à-dire pour :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = 0$$

Or, pour que $\frac{d^2x}{dt^2} = 0$, il faut qu'on ait $x = 0$; le corps mobile se trouvera alors sur l'axe des Y ; mais OY est la ligne des nœuds ; donc la vitesse radiale sera maximum ou minimum lorsque le corps mobile passera par les nœuds.

47. — Excentricité. — Désignons par nt_1, u_1, V_1, nt_2, u_2, V_2 les anomalies moyenne, excentrique et vraie qui définissent les positions du corps lumineux sur sa trajectoire lorsque nous observons le maximum d'éclat M et le minimum m.

Ces deux points étant sur une même corde focale, on a :

$$V_2 = V_1 + \pi.$$

La courbe d'éclat nous donnera le temps $t_2 - t_1$ que met le corps pour aller de M à m ; et, connaissant la durée de révolution P, et par conséquent le moyen mouvement $n = \frac{2\pi}{P}$, nous aurons les anomalies moyennes nt_1 et nt_2, à la condition que nous connaissions leur origine, c'est-à-dire la direction du grand axe, par rapport à la ligne des nœuds par exemple. Nous verrons plus loin que la courbe d'éclat peut donner cette direction du grand axe ; aussi nous la supposerons connue dès maintenant.

Le problème que nous avons à résoudre est donc le suivant : connaissant les anomalies moyennes correspondant à deux positions d'un corps situées aux extrémités d'une même corde focale, calculer l'excentricité de l'orbite décrite par ce corps.

Pour le point M, les équations du mouvement elliptique sont :

(1) $$\operatorname{tg}\frac{V_1}{2}=\sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\operatorname{tg}\frac{u_1}{2}$$

(1′) $$nt_1=u_1-e\sin u_1$$

Pour le point m, elles sont :

(2) $$\operatorname{tg}\frac{V_2}{2}=\operatorname{tg}\left(\frac{V_1}{2}+\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{1}{\operatorname{tg}\frac{V_1}{2}}=\sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\operatorname{tg}\frac{u_2}{2}$$

(2′) $$nt_2=u_2-e\sin u_2$$

éliminons V_1 entre (1) et (2), il vient :

$$-1=\frac{1+e}{1-e}\operatorname{tg}\frac{u_1}{2}\operatorname{tg}\frac{u_2}{2}$$

Nous aurons donc à résoudre les trois équations transcendantes (A) à trois inconnues e, u_1, u_2, dans lesquelles nous connaissons nt_1 et nt_2 :

(A)
$$\begin{cases}(1') & nt_1=u_1-e\sin u_1\\ (2') & nt_2=u_2-e\sin u_2\\ (3) & -1=\dfrac{1+e}{1-e}\operatorname{tg}\dfrac{u_1}{2}\operatorname{tg}\dfrac{u_2}{2}\end{cases}$$

Nous en pourrons tirer la valeur de e par tâtonnement. Il serait illusoire d'aller au-delà de la troisième décimale dans le calcul de e étant donné que les anomalies moyennes nt_1 et nt_2 obtenues graphiquement, ne sont connues qu'à un dixième de degré près.

48. — Les calculs que nécessitent la résolution du système (A) peuvent être abrégés de plusieurs façons.

1° On peut remplacer l'équation (3) du système (A) par une autre un peu plus simple au point de vue des calculs numériques.

Soit r_1 le rayon vecteur du point M, son expression en fonction de l'anomalie vraie est

$$r_1=\frac{a(1-e^2)}{1+e\cos V_1}$$

et en fonction de l'anomalie excentrique

$$r_1 = a\,(1 - e \cos u_1).$$

Eliminons r_1 entre ces deux équations, il vient :

$$\frac{1 - e^2}{1 + e \cos V_1} = 1 - e \cos u_1, \qquad \text{ou}$$

$$1 - e^2 = 1 - e \cos u_1 + e \cos V_1 - e^2 \cos u_1 \cos V_1$$

on tire de là :

$$\cos V_1 = \frac{\cos u_1 - e}{1 - e \cos u_1} \qquad \text{d'où}$$

$$\operatorname{tg} V_1 = \left|\frac{\sqrt{1 - \cos^2 V_1}}{\cos V_1}\right| = \left|\frac{\sqrt{(1 - e \cos u_1)^2 - (\cos u_1 - e)^2}}{\cos u_1 - e}\right|$$

c'est-à-dire

$$(4) \qquad \operatorname{tg} V_1 = \left|\frac{\sin u_1 \sqrt{1 - e^2}}{\cos u_1 - e}\right|$$

On aurait de même pour le point m

$$(5) \qquad \operatorname{tg}(V_1 + \pi) = \operatorname{tg} V_1 = \left|\frac{\sin u_2 \sqrt{1 - e^2}}{\cos u_2 - e}\right|$$

Si nous éliminons V_1 entre (4) et (5), il vient

$$\frac{\sin u_1}{\cos u_1 - e} = \frac{\sin u_2}{\cos u_2 - e}$$

($\sin u_1$ et $\sin u_2$ sont de signes contraires; il devra en être de même de $\cos u_1 - e$ et de $\cos u_2 - e$).

L'égalité précédente peut se mettre sous la forme

$$\sin u_2 \cos u_1 - e \sin u_2 = \cos u_2 \sin u_1 - e \sin u_1 \qquad \text{ou}$$

$$\sin(u_2 - u_1) = e \sin u_2 - e \sin u_1$$

et, à cause de (1′) et (2′),

$$(6) \qquad nt_2 - nt_1 = u_2 - u_1 - \sin(u_2 - u_1)$$

équation plus simple que (3) au point de vue des calculs numériques.

Le système (A) pourra donc être remplacé avantageusement par le système (B):

$$(\text{B}) \qquad \begin{cases} nt_1 = u_1 - e \sin u_1 \\ nt_2 = u_2 - e \sin u_2 \\ nt_2 - nt_1 = u_2 - u_1 - \sin(u_2 - u_1) \end{cases}$$

49. — 2° Nous pouvons obtenir une limite inférieure de la valeur de e.

En effet, si nous posons $u_2 - u_1 = Z$, $n(t_2 - t_1) = \zeta$, l'équation (6) peut s'écrire :

$$\zeta = Z - \sin Z$$

Cette équation a une seule racine, puisque la dérivée de $Z - \sin Z$ étant toujours positive ou nulle, la fonction ζ est constamment croissante ; c'est en somme une équation de Képler dans laquelle $e = 1$. Je démontrerai plus loin que sa racine Z peut toujours être obtenue par la méthode d'itération.

(Dans le cas des Céphéides, $Z = u_2 - u_1$ sera toujours compris entre π et 2π ; en outre l'angle ζ n'étant connu qu'à 0°1 près, on ne devra pas chercher une plus grande précision pour Z.)

La résolution de l'équation (6) nous donnera donc la valeur $u_2 - u^1$.

Cette équation (6) peut s'écrire :

$$(a) \qquad u_2 - u_1 - (nt_2 - nt_1) = \sin(u_2 - u_1).$$

Retranchons maintenant (1′) de (2′), il viendra :

$$(b) \qquad u_2 - u_1 - (nt_2 - nt_1) = e(\sin u_2 - \sin u_1).$$

De (a) et (b) on tire :

$$e(\sin u_2 - \sin u_1) = \sin(u_2 - u_1);$$

Mais $\sin u_2 - \sin u_1 = 2 \cos \frac{u_2 + u_1}{2} \sin \frac{u_2 - u_1}{2}$, et

$$\sin(u_2 - u_1) = 2 \sin \frac{u_2 - u_1}{2} \cos \frac{u_2 - u_1}{2};$$

d'où

$$e \cos \frac{u_2 + u_1}{2} = \cos \frac{u_2 - u_1}{2} = Q, \qquad \text{c'est-à-dire}$$

$$\cos \frac{u_2 + u_1}{2} = \frac{Q}{e}; \qquad \text{on devra donc avoir}$$

$$\left| \frac{Q}{e} \right| \leqq 1 \qquad \text{c'est-à-dire :}$$

$$|Q| \leqq e.$$

La valeur absolue de Q est donc une limite inférieure de e; et dans beaucoup de cas cette remarque pourra abréger notablement les calculs.

50. — 3° On pourra se servir d'une abaque pour la résolution des équations (1′) et (2′), celle de Radau par exemple[1].

En résumé, pour résoudre le système (B), on commencera par tirer la valeur de $u_2 - u_1$ de l'équation (6), dans laquelle on connaît $nt_2 - nt_1$ d'après la courbe d'éclat; on calculera ensuite Q, limite inférieure de e, puis on cherchera par tâtonnements quelle est la valeur de e qui donne, d'après (1′) et (2′), des valeurs de u_1 et u_2 telles que $u_2 - u_1$ diffère de moins d'un degré de la valeur $u_2 - u_1$ obtenue d'après l'équation (6).

51. — Sur la résolution de l'équation $\zeta = Z - \sin Z$, par la méthode d'itération. — Nous avons montré précédemment que cette équation a une racine unique, Z.

On voit immédiatement que pour :

$$\begin{array}{ll} \zeta = 0 \text{ on a } & Z = 0 \\ \zeta = \pi & Z = \pi \\ \zeta = \frac{\pi}{2} & Z = \frac{\pi}{2} - 1, \end{array}$$

en désignant par 1 l'arc égal au rayon, enfin pour :

$$\zeta = \frac{3\pi}{2} \text{ on a } Z = \frac{3\pi}{2} + 1.$$

Ecrivons l'équation $\zeta = Z - \sin Z$ sous la forme :

$$Z = \zeta + \sin Z$$

Nous examinerons successivement les cas suivants :

$$0 < \zeta < \frac{\pi}{2} - 1, \quad \frac{\pi}{2} - 1 < \zeta < \pi, \quad \pi < \zeta < \frac{3\pi}{2} + 1$$

et

$$\frac{3\pi}{2} + 1 < \zeta < 2\pi$$

[1] R. Radau, Solution graphique du problème de Képler (*Bulletin astronomique*, vol. I, p. 381).

valeurs de ζ auxquelles correspondent les racines :

$$o < Z < \frac{\pi}{2}, \quad \frac{\pi}{2} < Z < \pi, \quad \pi < Z < \frac{3\pi}{2} \text{ et } \frac{3\pi}{2} < Z < 2\pi.$$

1er cas. $$o < \zeta < \frac{\pi}{2} - 1$$

Posons successivement :

$$\begin{aligned} Z_0 &= \zeta \\ Z_1 &= \zeta + \sin Z_0 \\ Z_2 &= \zeta + \sin Z_1 \\ Z_3 &= \zeta + \sin Z_2 \qquad \text{etc...} \end{aligned}$$

$\sin Z_0$ étant positif, on a $Z_1 > \zeta$; par suite, $\sin Z_2 > \sin Z_0$.

On aura donc : $$Z_2 > Z_1 > \zeta$$

De même, puisque $\sin Z_2 > \sin Z_1$,

on aura : $$Z_3 > Z_2 > Z_1 > \zeta, \qquad \text{et ainsi de suite.}$$

La valeur Z_n ne pourra pas dépasser $\frac{\pi}{2}$, parce que pour $Z_n = \frac{\pi}{2}$ on aurait $\zeta = \frac{\pi}{2} - 1$, et nous avons supposé $\zeta < \frac{\pi}{2} - 1$. On aura donc la suite :

$$\frac{\pi}{2} > Z_n > Z_{n-1} > \dots \qquad > Z_3 > Z_2 > Z_1 > \zeta$$

Les valeurs successives obtenues pour Z_n croissent donc avec n, et comme elles ne peuvent pas dépasser $\frac{\pi}{2}$, elles tendent vers la limite Z, racine de l'équation.

2e cas. $$\pi > \zeta > \frac{\pi}{2} - 1$$

Nous diviserons ce cas en deux :

(a) $$\frac{\pi}{2} \geqq \zeta > \frac{\pi}{2} - 1 \qquad \text{et}$$

(b) $$\pi > \zeta \geqq \frac{\pi}{2}$$

et nous les examinerons séparément.

(*a*) Si nous posions comme précédemment $Z_0 = \zeta$, nous pourrions obtenir des valeurs $Z_p = \zeta + \sin Z_{p-1}$, qui soient les unes plus grandes que $\frac{\pi}{2}$, les autres plus petites. Pour éviter cette difficulté, nous poserons :

$$Z_0 = \frac{\pi}{2}$$
$$Z_1 = \zeta + \sin Z_0$$
$$Z_2 = \zeta + \sin Z_1$$
$$Z_3 = \zeta + \sin Z_2 \qquad \text{etc.}$$

On aura $Z_1 > \frac{\pi}{2}$, puisque nous supposons $\zeta > \frac{\pi}{2} - 1$, c'est-à-dire $\zeta + 1 > \frac{\pi}{2}$; on a aussi $Z_1 \leqq \frac{\pi}{2} + 1$, puisque pour $\zeta = \frac{\pi}{2}$ on aurait $Z_1 = \frac{\pi}{2} + 1$;

donc $$\frac{\pi}{2} + 1 \geqq Z_1 > \frac{\pi}{2}$$

mais $\sin Z_1 < \sin Z = 1$, d'où :

$$Z_1 > Z_2$$

on aura alors $$\frac{\pi}{2} + 1 \geqq Z_1 > Z_2.$$

Nous allons démontrer qu'on a aussi :

$Z_2 > Z_0$, c'est-à-dire $Z_2 > \frac{\pi}{2}$. En effet, on a :

$$Z_2 - Z_0 = \zeta - \frac{\pi}{2} + \sin Z_1 = \zeta - \frac{\pi}{2} + \sin(\zeta + 1)$$

Posons $$\frac{\pi}{2} - \zeta = \alpha$$

α étant positif ou nul et compris entre 0 et 1 ; il viendra :

$$Z_2 - Z_0 = \sin\left(\frac{\pi}{2} + 1 - \alpha\right) - \alpha$$

Pour qu'on ait $Z_2 - Z_0 > 0$, il faut que pour toutes les valeurs de α on ait :

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + 1 - \alpha\right) - \alpha > 0$$

Or, pour $\alpha = 0$, on a :

$$Z_2 - Z_0 = \sin\left(\frac{\pi}{2} + 1\right) = \cos 1$$

donc $Z_2 - Z_0 > 0$, et pour $\alpha = 1$, on a ;

$$Z_2 - Z_0 = 0$$

De plus, la dérivée de $Z_2 - Z_0$ par rapport à α,

$$-1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} + 1 - \alpha\right) \quad \text{est négative,}$$

$Z_2 - Z_0$ décroît donc constamment de $\cos 1$ à 0, lorsque α varie de 0 à 1. Par suite, on aura bien pour toutes valeurs de α ;

$$Z_2 - Z_0 > 0$$

nous pourrons donc écrire la suite :

$$\frac{\pi}{2} + 1 \geqq Z_1 > Z_2 > \frac{\pi}{2}$$

Par conséquent, $\sin Z_2$ sera plus grand que $\sin Z_1$, et on aura : $Z_3 > Z_2$.

Nous allons montrer qu'on a aussi

$$Z_1 > Z_3$$

En effet, $Z_3 - Z_1 = \sin Z_2 - \sin Z_0$

Mais puisque Z_2 est plus grand que $\frac{\pi}{2}$, on a $\sin Z_2 < 1$,

tandis que $\sin Z_0 = 1$;
donc : $\sin Z_2 - \sin Z_0 < 0$,
et par suite : $Z_3 < Z_1$

On aura donc :

$$\frac{\pi}{2} + 1 \geqq Z_1 > Z_3 > Z_2 > \frac{\pi}{2}$$

On a ensuite :

$$Z_4 = \zeta + \sin Z_3 ;$$

Mais, puisque Z_2 et Z_3 sont situés dans le deuxième quadrant, et que Z_3 est plus grand que Z_2, on a $\sin Z_3 < \sin Z_2$; donc $Z_4 < Z_3$.

Nous allons montrer que Z_4 est plus grand que Z_2, ou, d'une façon générale, que

$$Z_{2n} > Z_{2n-2}$$

En effet, on a $Z_{2n} = \zeta + \sin Z_{2n-1}$

et $Z_{2n-2} = \zeta + \sin Z_{2n-3}$ d'où

(1) $Z_{2n} - Z_{2n-2} = \sin Z_{2n-1} - \sin Z_{2n-3}$

Mais Z_{2n-1} est plus petit que Z_{2n-3},

donc $\sin Z_{2n-1} > \sin Z_{2n-3}$; par suite

$\sin Z_{2n-1} - \sin Z_{2n-3} > 0$, donc, à cause de (1)

$Z_{2n} - Z_{2n-2} > 0$, ou $Z_{2n} > Z_{2n-2}$. c. q. f. d.

On démontrerait de même que

$$Z_{2n-1} > Z_{2n+1}$$

On aura donc la suite :

$$\frac{\pi}{2} + 1 \geqq Z_1 > Z_3 > \ldots > Z_{2n+1} > Z_{2n} > Z_{2n-2} > \ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots > Z_4 > Z_2 > \frac{\pi}{2}$$

Les Z à indice pair, vont donc en croissant et ne pourront pas dépasser Z_{2n+1}; ils convergent donc vers une limite Z''; de même, les Z à indice impair vont en décroissant et ne pourront pas dépasser Z_{2n}; ils convergent donc vers une limite Z'. Pour ces deux limites on aura donc

$$Z'' = \zeta + \sin Z'$$

et $Z' = \zeta + \sin Z''$; d'où

$$Z' - Z'' = \sin Z'' - \sin Z',$$

c'est-à-dire $Z' + \sin Z' = Z'' + \sin Z''$

égalité qui ne peut avoir lieu que si $Z' = Z''$, puisque la fonction $Z + \sin Z$, étant constamment croissante, ne peut passer qu'une fois par une certaine valeur. Les termes de la suite précédente convergent donc vers la racine Z.

(b) $\pi > \zeta \geqq \frac{\pi}{2}$

En posant $Z_0 = \frac{\pi}{2}$ on pourrait trouver certaines valeurs

$Z_p = \zeta + \sin Z_{p-1}$ qui soient plus grandes que π ; aussi nous poserons :

$$Z_0 = \zeta$$
$$Z_1 = \zeta + \sin Z_0$$
$$Z_2 = \zeta + \sin Z_1 \quad \text{etc.}$$

Pour que Z_1 soit égal à π, il faudrait qu'on ait $\zeta = \pi$; mais puique nous supposons $\zeta < \pi$, on aura :

$$\pi > Z_1$$

D'autre part, on a aussi $Z_1 > \zeta$, puisque $\sin Z_0 > 0$;

donc : $$\pi > Z_1 > \zeta ;$$

mais Z_1 étant plus grand que Z_0, on a :

$$\sin Z_1 < \sin Z_0 ;$$

donc, $Z_1 > Z_2$ en même temps que $Z_2 > \zeta$, d'où,

(2) $$\pi > Z_1 > Z_2 > \zeta$$

Z_2 étant plus petit que Z_1, $\sin Z_2$ sera plus grand que $\sin Z_1$; on aura alors :

$$Z_3 > Z_2$$

Nous allons montrer qu'on a aussi $Z_1 > Z_3$. En effet :

$$Z_3 - Z_1 = \sin Z_2 - \sin Z_0$$

mais d'après (2), Z_2 étant plus grand que Z_0, on a :

$$\sin Z_2 < \sin Z_0$$

donc, $$\sin Z_2 - \sin Z_0 < 0 ;$$

par suite, $Z_3 - Z_1 < 0$, c'est-à-dire $Z_3 < Z_1$

nous pourrons donc écrire la suite :

$$\pi > Z_1 > Z_3 > Z_2 > \zeta$$

On démontrerait d'ailleurs d'une façon analogue à celle employée dans le cas *(a)* précédent que :

$$Z_{2n-1} > Z_{2n+1} \text{ et que } Z_{2n} > Z_{2n-2}.$$

Nous aurons ainsi la suite :

$$\pi > Z_1 > Z_3 > \ldots > Z_{2n+1} > Z_{2n} > \ldots > Z_4 > Z_2 > \zeta$$

qui converge vers Z, ainsi que nous l'avons montré dans le cas *(a)*.

3e cas. $$\pi < \zeta < \frac{3\pi}{2} + 1$$

Nous examinerons séparément lorsqu'on a :

(c) $$\pi < \zeta \leqq \frac{3\pi}{2} \quad \text{et}$$

(d) $$\frac{3\pi}{2} \leqq \zeta < \frac{3\pi}{2} + 1$$

(c) Posons successivement :

$$Z_0 = \zeta$$
$$Z_1 = \zeta + \sin Z_0$$
$$Z_2 = \zeta + \sin Z_1$$
$$Z_3 = \zeta + \sin Z_2 \quad \text{etc.}$$

Puisque nous supposons $\pi < \zeta$, on aura $\pi < Z_1$ parce que, pour avoir $Z_1 = \pi$ il faudrait que $\pi = \zeta$.

On a aussi $Z_1 < \zeta$ puisque $\sin Z_0 < 0$.

Z_1 étant plus petit que Z_0, $\sin Z_1$ sera plus petit que $\sin Z_0$, et comme $\sin Z_1$ est négatif, on aura :

$$\pi < Z_1 < Z^2 < \zeta.$$

Z_2 étant plus grand que Z_1, $\sin Z_2$ est plus grand que $\sin Z_1$, donc on aura $Z_3 < Z_2$.

Nous allons montrer qu'on a aussi $Z_1 < Z_3$.

En effet :

$$Z_3 - Z_1 = \sin Z_2 - \sin Z_0;$$

puisque Z_2 et Z_0 sont dans le troisième quadrant, et que Z_2 est plus petit que Z_0, on aura $\sin Z_2 < \sin Z_0$;

donc, $$\sin Z_2 - \sin Z_0 > 0,$$

et par suite, $Z_3 - Z_1 > 0$, c'est-à-dire $Z_3 > Z_1$

On aura donc :

$$\pi < Z_1 < Z_3 < Z_2 < \zeta.$$

On pourrait montrer comme dans le deuxième cas que :

$$Z_{2n-1} < Z_{2n+1} \text{ et } Z_{2n-2} < Z_{2n}$$

On aura donc enfin :

$$\pi < Z_1 < Z_3 < \ldots < Z_{2n+1} < Z_{2n} < \ldots < Z_4 < Z_2 < \zeta,$$

suite dans laquelle les termes à indice pair et les termes à indice impair convergent vers la même limite, qui est la racine Z de l'équation donnée.

(d) $$\frac{3\pi}{2} \leqq \zeta < \frac{3\pi}{2} + 1$$

Si nous partions de la valeur $Z_0 = \zeta$ comme dans le cas *(c)*, nous pourrions avoir des valeurs

$$Z_p = \zeta + \sin Z_{p-1}$$

qui seraient supérieures à $\frac{3\pi}{2}$, aussi nous poserons :

$$Z_0 = \frac{3\pi}{2}$$

$$Z_1 = \zeta + \sin Z_0$$

$$Z_2 = \zeta + \sin Z_1$$

$$Z_3 = \zeta + \sin Z_2 \qquad \text{etc.}$$

On aura $Z_1 < \frac{3\pi}{2}$ puisque pour avoir $Z_1 = \frac{3\pi}{2}$ il faudrait que $\zeta = \frac{3\pi}{2} + 1$ et nous supposons $\zeta < \frac{3\pi}{2} + 1$; on a alors :

$$Z_1 < \frac{3\pi}{2} < \zeta$$

mais $|\sin Z_1|$ est plus petit que $|\sin Z_0| = 1$,
donc : $$Z_2 > Z_1$$

Nous allons démontrer que $Z_2 < \frac{3\pi}{2}$. En effet, on a :

$$Z_2 - Z_0 = \zeta - \frac{3\pi}{2} + \sin Z_1 = \zeta - \frac{3\pi}{2} + \sin(\zeta - 1);$$

posons $\zeta - \frac{3\pi}{2} = \alpha$, α étant positif et compris entre 0 et 1 ; il viendra :

$$Z_2 - Z_0 = \alpha + \sin\left(\alpha + \frac{3\pi}{2} - 1\right)$$

pour que $Z_2 - Z_0$ soit négatif, il faut, α étant positif et $\sin\left(\alpha + \frac{3\pi}{2} - 1\right)$ négatif, qu'on ait

$$\alpha + \sin\left(\alpha + \frac{3\pi}{2} - 1\right) < 0$$

et cela pour toutes les valeurs de α. Pour $\alpha = 0$, on a :

$$Z_2 - Z_0 = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 1\right) = -\cos 1,$$

c'est-à-dire : $Z_2 - Z_0 < 0$;

pour $\alpha = 1$, on a :

$$Z_2 - Z_0 = 0;$$

en outre, la dérivée de $Z_2 - Z_0$ par rapport à α

$$1 + \cos\left(\alpha + \frac{3\pi}{2} - 1\right)$$ est positive,

$Z_2 - Z_0$ croît donc constamment de $-\cos 1$ à 0 lorsque α varie de 0 à 1; on a donc toujours :

$$Z_2 - Z_0 < 0, \text{ c'est-à-dire } Z_2 < \frac{3\pi}{2}$$

Nous pouvons alors écrire la suite :

$$Z_1 < Z_2 < \frac{3\pi}{2}$$

mais, $\sin Z_2 > \sin Z_1$, d'où

$Z_3 < Z_2$. Nous allons montrer

qu'on a aussi : $Z_3 > Z_1$.

En effet, on a : $Z_3 - Z_1 = \sin Z_2 - \sin Z_0 > 0$

donc, $Z_3 > Z_1$;

nous avons alors : $Z_1 < Z_3 < Z_2 < \frac{3\pi}{2}$

on verrait comme dans les cas précédents que :

$$Z_{2n-1} < Z_{2n+1} \text{ et } Z_{2n} < Z_{2n-2}$$

Nous aurons donc finalement la suite :

$$Z_1 < Z_3 < \ldots < Z_{2n+1} < Z_{2n} < \ldots < Z_4 < Z_2 < \frac{3\pi}{2}$$

dont les termes convergent vers la racine unique Z.

4e cas. $\frac{3\pi}{2} + 1 < \zeta < 2\pi$

Posons : $Z_0 = \frac{3\pi}{2}$

$$Z_1 = \zeta + \sin Z_0$$
$$Z_2 = \zeta + \sin Z_1$$
$$Z_3 = \zeta + \sin Z_2$$ et ainsi de suite.

On aura $Z_1 < \zeta$, et comme $|\sin Z_1| < |\sin Z_0|$, il viendra :

$$\zeta > Z_2 > Z_1$$

mais, $\sin Z_2 < \sin Z_1$

donc : $\zeta > Z_3 > Z_2 > Z_1$ et ainsi de suite;
on aura finalement la suite :

$$\zeta > Z_n > \ldots > Z_3 > Z_2 > Z_1$$

qui converge de la même façon que le premier cas vers la racine Z.

En résumé, *quelle que soit la valeur donnée* ζ, *l'équation* $\zeta = Z - \sin Z$, *peut toujours être résolue par la méthode d'itération.*

52. — Périastre. — La résolution du système (B) exige qu'on connaisse la direction du grand axe par rapport à la ligne des nœuds, ou, en d'autres termes, l'origine des anomalies. La courbe d'éclat nous donnera cette origine rapportée à l'époque du maximum d'éclat, à la condition de faire les hypothèses suivantes :

Le corps mobile, supposé sensiblement sphérique, est inégalement lumineux, et la lumière est répartie à sa surface de telle sorte qu'au périastre et à l'apoastre, le plan normal à l'orbite divise le corps en deux hémisphères dont les éclats *moyens* ont une différence maximum : l'hémisphère le plus brillant étant celui qui se trouve en avant dans le mouvement orbital. Dans ces hypothèses, on observera un éclat $M - \varepsilon$ ou $m + \varepsilon$ lorsque le corps passera au périastre, et $m + \varepsilon$ ou $M - \varepsilon$ lorsqu'il sera à l'apoastre, M et m étant les éclats extrêmes observés dans une période, et ε une différence d'éclat comprise entre o et $M - m$.

Pour trouver les époques du périastre et de l'apoastre sur la courbe d'éclat, il faudra donc chercher deux points distants de $\frac{P}{2}$ tels que l'un ait pour éclat $M - \varepsilon$ ou $m + \varepsilon$, quand l'autre aura pour éclat $m + \varepsilon$ ou $M - \varepsilon$. Ces deux points correspondront au passage du corps par les extrémités du grand axe, et le périastre sera celui des deux qui se trouvera sur une

portion de la courbe où la variation lumineuse est plus rapide que sur celle où se trouvera l'autre. On aura ainsi t_1 et par suite l'origine des anomalies.

53. — Autres éléments. — Connaissant P et t_1, l'époque T du passage du corps au périastre, comptée à partir du maximum d'éclat, sera donnée par :

$$T = P - t_1$$

La longitude λ du périastre comptée à partir de la ligne des nœuds sera :

$$\lambda = 2\pi - V_1$$

V_1 étant l'anomalie vraie du maximum d'éclat que les formules du mouvement elliptique permettront de calculer en fonction de e et de nt_1.

54. — Influence de l'inclinaison i. — Nous avons jusqu'ici raisonné comme si le plan orbital contenait le rayon visuel, et cela n'a *jamais* lieu ; toutefois, étant donné que les vitesses radiales *maxima* des Céphéides étudiées au spectroscope sont, en moyenne, voisines de $\pm$ 10 kilomètres par seconde, on peut admettre que le plan de l'orbite est peu incliné sur la ligne de visée.

Cette inclinaison a pour effet de *diminuer* la grandeur des changements d'éclat que nous observons relativement à celle que verrait un observateur situé dans le plan de l'orbite (en faisant, bien entendu, abstraction des éclipses qui se produiraient dans cette situation hypothétique de l'observateur). Si L est la variation absolue d'une Céphéide pour cet observateur, L′ la variation que nous observons, i l'inclinaison de l'orbite sur le plan tangent à la sphère céleste, on a :

$$\frac{M' - m'}{M - m} = \frac{L'}{L} = \sin i$$

L'inclinaison ne modifie pas les intervalles de temps séparant le maximum d'éclat du minimum. Il est en effet évident que le

temps que le corps mobile met pour passer, dans son orbite, de l'extrémité d'une corde focale à l'autre, est le même que celui que mettra sa projection sur un plan quelconque pour franchir l'arc de courbe limité aux projections de ces deux points sur ce plan. Nous avons donc le droit de raisonner comme nous l'avons fait jusqu'à présent.

CHAPITRE XI

ORDRE DE GRANDEUR DES CÉPHÉIDES

55. — DIMENSION DES ORBITES. — Des six éléments définissant l'orbite d'une Céphéide et la position du corps lumineux sur cette orbite à un moment donné, nous en connaissons donc maintenant quatre :

1° L'excentricité e;

2° La durée de révolution P ;

3° La direction du grand axe par rapport au rayon visuel donnée par la longitude λ du périastre;

4° L'époque T du passage du corps lumineux au périastre comptée à partir du maximum d'éclat.

Les deux autres éléments (l'inclinaison i du plan de l'orbite et la longueur a du grand axe) restent inconnus. Toutefois, cinq des Céphéides à variation lumineuse régulière qui sont étudiées dans ce mémoire ont été observées spectrographiquement ; et, parmi les éléments orbitaux de ces étoiles, que les mesures de vitesse radiale permettent d'obtenir, figure la valeur de a sin i.

Ces cinq étoiles et les valeurs de a sin i obtenues pour chacune d'elles sont les suivantes :

	a sin i
	—
ζ Gémeaux	1.798.000 km.
Y Sagittaire	1.485.000 —
SU Cygne	1.350.000 —
T Petit Renard	969.000 —
δ Céphée	1.300.000 —

Or, nous savons que l'inclinaison i doit être inférieure à $\frac{\pi}{2}$, puisque pour cette valeur les deux corps constituant le système binaire s'éclipseraient mutuellement dans chaque révolution, ce qui n'a pas lieu. Nous savons aussi que cette inclinaison ne saurait être très petite (§ 54) ; nous supposerons donc qu'elle est comprise entre 85 et 45 degrés. Avec ces deux valeurs limites de i, on obtient pour a :

	$i = 85°$	$i = 45°$
	—	—
ζ Gémeaux. . . .	$a =$ 1.804.000 km.	$a =$ 2.540.000 km.
Y Sagittaire . . .	1.500.000 —	2.100.000 —
SU Cygne.	1.355.000 —	1.910.000 —
T Petit Renard . .	973.000 —	1.370.000 —
δ Céphée	1.305.000 —	1.838.000 —

On peut admettre d'après cela que l'orbite d'une Céphéide est 30 à 40 fois plus petite que celle de Mercure et 5 fois plus grande que celle de la Lune.

56. — Masses des Céphéides. — Dans le même ordre d'approximation nous pouvons avoir une idée des masses de ces systèmes doubles, par comparaison avec le système solaire.

Soient M et M' les masses des composantes d'une Céphéide :

P la durée de révolution ;

a le $\frac{1}{2}$ grand axe de l'orbite ;

μ la masse du Soleil ;

μ' celle de la Terre ;

T la durée de l'année sidérale ;

ρ le $\frac{1}{2}$ grand axe de l'orbite terrestre.

D'après la 3e loi de Képler, nous avons :

$$\frac{a^3}{P^2(M+M')} = \text{constante},$$

et l'universalité de la gravitation nous donne la relation sui-

vante entre les éléments d'une Céphéide et ceux du système solaire :

$$\frac{a^3}{P^2(M+M')} = \frac{\rho^3}{T^2(\mu+\mu')}$$

Mais nous avons seulement la valeur de $a \sin i$ et non pas celle de a ; nous écrirons donc la relation précédente ainsi ;

$$\frac{(a \sin i)^3}{P^2(M+M')\sin^3 i} = \frac{\rho^3}{T^2(\mu+\mu')}$$

En prenant ρ, $(\mu+\mu')$ et T respectivement comme unités de longueur, de masse et de temps, on a

$$(M+M')\sin^3 i = \frac{(a \sin i)^3}{P^2}$$

expression qui nous donnera la valeur de la masse d'une Céphéide en faisant sur i des hypothèses admissibles. En particulier pour $i = 85°$ et $i = 45°$ on a

	$(M+M')$ $i = 85°$	$(M+M')$ $i = 45°$
	—	—
ζ Gémeaux	0,0022	0,0062
Y Sagittaire	0,0039	0,0110
S U Cygne	0,0061	0,0169
T Petit Renard	0,0024	0,0068
δ Céphée	0,0032	0,0091

La masse moyenne de ces cinq systèmes doubles est donc de l'ordre de 4 à 10 fois celle de Jupiter, suivant qu'on fait $i = 85°$ ou $i = 45°$.

57. - Éclat spécifique. — Nous allons maintenant chercher à avoir une idée de l'éclat spécifique de ces étoiles par rapport à celui du Soleil, en admettant :

1° Pour leur densité moyenne, celle du Soleil ,

2° 0″07 pour leur parallaxe, ce qui n'est sans doute pas loin de la vérité pour les trois étoiles ζ Gémeaux, Y Sagittaire et δ Céphée qui ont un faible mouvement propre.

En outre, puisqu'une seule étoile est visible dans chaque

système, nous supposerons que celle qui est brillante a une plus grande masse que l'autre, 4 fois par exemple. M désignant la masse de cette étoile, r son rayon, S sa surface, exprimés en fonction de la masse, du rayon et de la surface du Soleil, on trouve :

	$i = 45°$			$i = 85°$		
	M	r	S	M	r	S
ζ Gémeaux . . .	0,0018	0.122	0,015	0,0047	0,168	0,028
Y Sagittaire . .	0,0031	0,146	0,021	0,0087	0,206	0,042
S U Cygne . . .	0,0049	0,170	0,029	0,0127	0,233	0,054
T Petit Renard .	0,0019	0,124	0,015	0,0051	0,172	0,030
δ Céphée . . .	0,0026	0,137	0,019	0,0068	0,189	0.036

Si maintenant nous adoptons, pour la grandeur stellaire du Soleil, la valeur obtenue par M. Ceraski[1]

$$-26^{m}5$$

nous trouvons que le Soleil, transporté à la distance correspondant à la parallaxe 0″07 que nous avons admise pour les cinq Céphéides, paraîtrait avoir pour nous un éclat de 0,012, en prenant comme unité d'éclat celui d'une étoile de grandeur stellaire zéro.

Le rapport de l'éclat de chacune des 5 étoiles à celui du Soleil serait respectivement

2,0, 0,3, 0,1, 0,3 et 2,0

et leur éclat spécifique serait, en moyenne, 60 fois plus grand que celui du Soleil dans l'hypothèse $i = 85°$ et 25 fois pour $i = 45°$.

Ces résultats pourraient être notablement diminués en adoptant une densité moyenne plus faible, une parallaxe plus forte et une plus grande masse pour l'étoile brillante.

Par exemple, en adoptant pour densité moyenne celle de Saturne, 0,7, l'éclat spécifique moyen des cinq Céphéides n'est plus que 35 fois plus grand que celui du Soleil pour $i = 85°$ et

[1] *Annales de l'Observatoire astronomique de Moscou*, 2e série, vol. V, p. 301.

18 fois pour $i = 45°$. En prenant, en même temps, une parallaxe un peu plus forte, ces rapports d'éclat spécifique deviennent 23 et 11.

Il semble qu'on puisse conclure de cette discussion que l'éclat spécifique des Céphéides est un peu plus grand que celui du Soleil.

CHAPITRE XII

MILIEU RÉSISTANT. — PLAN DE SÉPARATION

58. — Le Soleil et les étoiles du type δ Céphée ayant une constitution spectrale analogue, on peut admettre qu'ils sont arrivés à des stades peu différents de leur évolution ; cependant, pour expliquer l'éclat spécifique relativement grand de la composante visible des Céphéides, nous pouvons supposer que, tandis que la nébuleuse originelle du Soleil s'est totalement condensée, la condensation de celles qui ont donné naissance aux Céphéides est moins complète, et que les corps composant ces systèmes doubles sont encore environnés de matière nébuleuse. S'il en est ainsi, la résistance qu'opposera ce milieu nébuleux au mouvement orbital de ces corps aura pour effet d'élever leur température et, par suite, d'accroître leur éclat spécifique ; et la face du corps brillant qui se trouve en avant sur la trajectoire sera plus lumineuse que la face opposée.

59. — Il est intéressant de rappeler ici que M. Nordmann [1], à l'aide de son photomètre hétérochrome, a trouvé que la température effective de δ Céphée est de 6.900° au maximum d'éclat, et de 4.550° au minimum.

La distribution de la lumière sur le corps brillant, que nous

[1] Ch. Nordmann, Nouvelle approximation dans l'étude des températures effectives des étoiles (*Comptes rendus de l'Académie des sciences*, vol. CXLIX, p. 1040).

venons d'admettre, n'est donc pas en contradiction avec les résultats obtenus par M. Nordmann.

60. — Spectroscopiques binaires. — Les Céphéides brillantes ne sont pas les seules étoiles dont l'analyse spectrale ait montré la duplicité ; il en existe d'autres appartenant au même type spectral qu'elles, et présentant des déplacements périodiques de raies attribuables sans conteste à un mouvement orbital, qui ont une *intensité lumineuse immuable*. Ces étoiles sont désignées sous le nom de *Spectroscopiques binaires*.

La cause qui produit la variation d'éclat des Céphéides n'existe donc pas pour les Spectroscopiques binaires ; cela revient à admettre que la condensation des nébuleuses originelles de ces dernières étoiles est, comme c'est le cas pour le Soleil, beaucoup plus complète que celle des nébuleuses qui ont donné naissance aux Céphéides.

61. — Une objection que soulève immédiatement la théorie du milieu résistant pour expliquer la variation d'éclat des étoiles du type δ Céphée, est la suivante : Comment se fait-il qu'une seule des composantes soit visible ?

Il semble qu'on puisse répondre à cette question de la façon suivante : si la nébuleuse originelle qui a donné naissance à la Céphéide, s'est condensée en deux corps de masses inégales, celui qui a la plus petite masse s'est refroidi plus rapidement que l'autre, et son éclat est maintenant trop faible pour être décelé avec les instruments dont nous disposons. Cette explication est d'ailleurs conforme à ce que nous savons sur le degré de refroidissement actuel des divers corps du système solaire, et elle ne contredit pas les hypothèses que nous avons faites précédemment pour calculer l'éclat spécifique des Céphéides.

62. — Dans l'hypothèse du milieu résistant, on est conduit à admettre que le corps mobile est, en quelque sorte, partagé

en deux hémisphères inégalement lumineux par un plan diamétral qui doit être constamment normal à la trajectoire.

D'un autre côté, l'observation montre qu'au maximum et au minimum d'éclat, le corps lumineux se trouve aux extrémités de la ligne des nœuds ; par conséquent, en ces deux points, le plan diamétral, que nous appellerons dorénavant *plan de séparation*, passe par le foyer de l'orbite ; et comme, *a priori*, l'orientation de cette ligne des nœuds est quelconque par rapport au grand axe, nous pouvons admettre que le plan de séparation passe constamment par le foyer.

En résumé, l'hypothèse d'un milieu résistant exige que le plan de séparation soit constamment normal à la trajectoire, tandis que l'observation semble, au contraire, montrer qu'il passe toujours par le foyer, et qu'il n'est, par suite, normal à l'orbite, qu'au périastre et à l'apoastre.

Je vais chercher à montrer qu'il est possible de concilier ces deux orientations différentes du plan de séparation en faisant certaines hypothèses admissibles.

63. — Supposons que le corps mobile, sensiblement sphérique, soit animé d'un mouvement uniforme de rotation autour d'un axe perpendiculaire au plan de l'orbite, et qu'il accomplisse sa rotation dans le même temps que sa révolution. Soit $m\,m'$ le diamètre du corps dirigé suivant le grand axe lorsque le corps est au périastre. Au bout du temps t le corps mobile sera venu en M_1, son rayon vecteur aura tourné de l'angle V (anomalie vraie), mais le diamètre $m\,m'$ aura seulement tourné de l'angle nt (anomalie moyenne). L'angle $V - nt$ est ce qu'on appelle l'*équation du centre*. On sait que cet angle, nul au périastre, croît d'une façon continue jusqu'à un maximum qu'il atteint pour un angle V donné par

$$\cos V = \frac{(1 - e^2)^{\frac{3}{4}} - 1}{e}$$

il décroît ensuite et s'annule à l'apoastre.

Dans la deuxième moitié de l'orbite il augmente de l'apoastre jusqu'à un maximum qu'il atteint pour l'angle — V, puis diminue et s'annule au périastre. Dans la première moitié de l'orbite, l'équation du centre est positive, et négative dans la deuxième moitié.

Ce ne sera donc pas toujours le même hémisphère du corps mobile qui subira l'échauffement dû au milieu résistant dans le cours d'une révolution.

64. — Représentons en O (fig. 5) la section de ce corps par

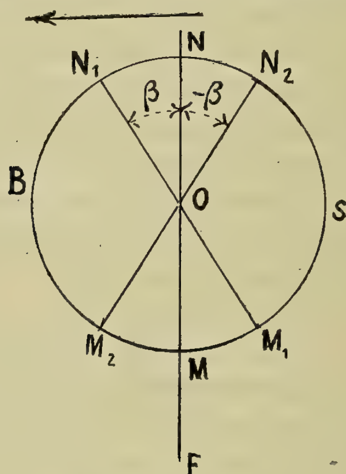


Fig. 5.

le plan de l'orbite, soit M N le diamètre qui, au périastre et à l'apoastre, est dirigé suivant le grand axe. Au périastre, le demi-cercle le plus brillant sera M B N, le plus sombre M S N ; à mesure que le corps mobile se déplacera, son diamètre M N ira en s'écartant de la normale à l'orbite jusqu'à ce que l'angle de ces deux droites ait atteint sa valeur maximum. Soit M_1 N_1 la position de la normale à l'orbite en ce point ; elle fait alors un angle β avec le diamètre M N du corps, β étant donné par

$$\beta = E - \alpha$$

où E est l'équation du centre et α l'angle de la normale avec

le rayon vecteur. La normale $M_1 N_1$ se rapprochera ensuite de MN jusqu'à l'apoastre où elle se confondra avec lui.

Dans la deuxième moitié de l'orbite, la normale à la trajectoire s'écartera du diamètre MN jusqu'à ce qu'elle fasse avec lui un angle $-\beta$; elle occupera alors la position $M_2 N_2$; puis β diminuera jusqu'à s'annuler au périastre.

On voit ainsi que, dans une révolution, la portion du corps $N_1 B M_2$ subira *constamment* l'influence du milieu résistant, tandis que la portion $N_2 S M_1$ ne la subira *jamais ;* les portions $N N_1$ et $M M_2$ seront échauffées pendant un temps $t = \frac{P}{2} + \varepsilon$; enfin les portions $N N_2$ et $M M_1$ ne le seront que pendant le temps ε ; et encore, dans ces secteurs, le temps pendant lequel leurs différentes parties seront soumises à l'influence du milieu résistant ira en diminuant à partir de MN ; il variera de ε en MN, à zéro en $O N_2$ et en $O M_1$.

65. — L'échauffement et le refroidissement des portions du corps qui ne sont pas exposées en permanence à l'influence du milieu résistant ne sont certainement pas instantanés ; par suite, étant donné que les révolutions des Céphéides sont courtes, quelquefois de plusieurs jours et souvent de quelques heures seulement, on peut admettre que le corps mobile est, en quelque sorte, dans un état d'équilibre lumineux qui peut être défini de la façon suivante :

Considérons les pôles B et S du grand cercle du corps contenant le rayon vecteur au périastre et à l'apoastre, B étant dans l'hémisphère le plus brillant, S dans le plus sombre ; *l'éclat du corps diminue régulièrement de B à S, et il est sensiblement le même en tous les points d'un parallèle perpendiculaire à BS.*

66. — Nous avons vu que si V et nt sont les anomalies vraie et moyenne, l'équation du centre E est donnée par

$$E = V - nt$$

D'autre part, nous avons désigné par β l'angle que fait, à un moment donné, le plan diamétral *fixé au corps* et contenant le grand axe au périastre, avec le plan normal à l'orbite. Soit α l'angle de ce plan normal avec le rayon vecteur, on a

$$\beta = E - \alpha$$

Nous connaissons la valeur de E en fonction des éléments

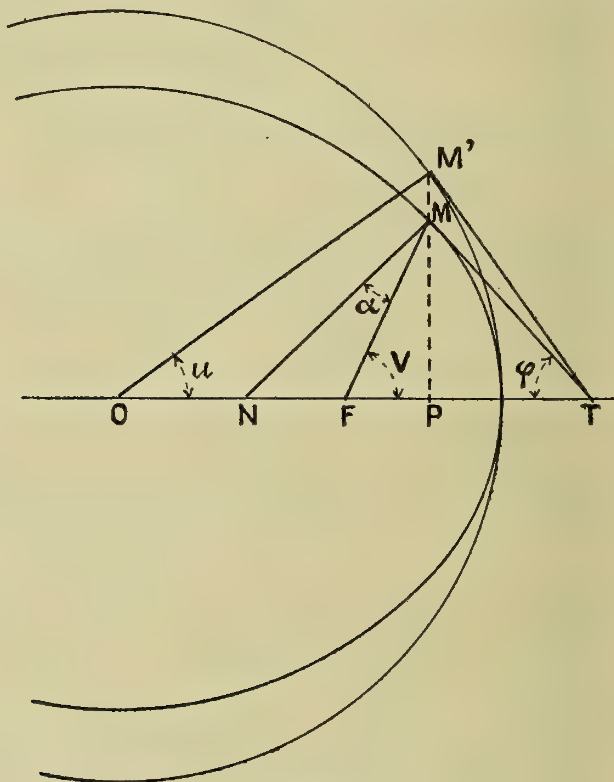


Fig. 6.

de l'orbite ; pour avoir β, nous allons établir une relation entre α et ces mêmes éléments.

67. — Valeur de α. — Soit MN (fig. 6) la normale à l'orbite en M, MF le rayon vecteur, MT et M'T les tangentes à l'ellipse et à son cercle principal, $V = \widehat{MFT}$ l'anomalie vraie du

point M, $u = \widehat{M'OT}$ son anomalie excentrique, φ l'angle de la tangente en M et du grand axe, α l'angle $\widehat{NMF}$ que nous voulons calculer.

On a dans le triangle rectangle MNT :

$$\widehat{MNT} = \frac{\pi}{2} - \varphi$$

et dans le triangle MNF,

$$\widehat{MNT} = V - \alpha$$

donc :

$$\frac{\pi}{2} - \varphi = V - \alpha$$

ou

$$\frac{\pi}{2} + \alpha = V + \varphi$$

On aura donc :

$$-\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{\operatorname{tg} V + \operatorname{tg}\varphi}{1 - \operatorname{tg} V \operatorname{tg}\varphi}$$

ou

(1) $$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\operatorname{tg} V \operatorname{tg}\varphi - 1}{\operatorname{tg} V + \operatorname{tg}\varphi}$$

Il faut maintenant obtenir φ en fonction de V.

Dans le triangle rectangle M P T on a

$$\overline{MP} = \overline{PT} \operatorname{tg}\varphi$$

et dans le triangle rectangle M' P T

$$\overline{M'P} = \overline{PT} \operatorname{cotg} u$$

d'où

$$\frac{MP}{M'P} = \frac{\operatorname{tg}\varphi}{\operatorname{cotg} u}$$

Or, $\frac{MP}{M'P} = \sqrt{1 - e^2}$, en posant le $\frac{1}{2}$ grand axe $a = 1$; par suite,

(2) $$\operatorname{tg}\varphi = \sqrt{1 - e^2} \operatorname{cotg} u.$$

On a, d'autre part

$$(3) \qquad \cos u = \frac{e + \cos V}{1 + e \cos V}$$

Nous allons éliminer u entre les deux équations (2) et (3). On a :

$$\operatorname{cotg} u = \left| \frac{\cos u}{\sqrt{1 - \cos^2 u}} \right|$$

$$\operatorname{cotg} u = \left| \frac{\dfrac{e + \cos V}{1 + e \cos V}}{\sqrt{1 - \left(\dfrac{e + \cos V}{1 + e \cos V}\right)^2}} \right| = \left| \frac{e + \cos V}{\sin V \sqrt{1 - e^2}} \right|$$

portant cette valeur dans (2) il vient

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{e + \cos V}{\sin V}$$

d'où, d'après (1)

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\dfrac{e}{\cos V}}{\dfrac{1 + e \cos V}{\sin V \cos V}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{e \sin V}{1 + e \cos V}$$

Telle est la valeur cherchée de α en fonction des éléments de l'orbite.

Elle sera maximum pour

$$\frac{e(\cos V + e)}{(1 + e \cos V)^2} = 0$$

c'est-à-dire pour $\cos V = -e$.

La valeur maximum de l'angle α sera alors donnée par

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{e}{\sqrt{1 - e^2}};$$

elle correspond au passage du corps mobile par les extrémités du petit axe.

Connaissant E et α, nous pourrons donc calculer la valeur de l'angle β pour toutes les positions du corps dans son orbite.

La valeur de β en fonction des éléments de l'orbite sera

$$\beta = V - nt - \text{arc tg} \frac{e \sin V}{1 + e \cos V}$$

68. — Nous avons conclu (§ 65) que le corps lumineux était partagé par le plan diamétral qui contient le grand axe au périastre et à l'apoastre en deux hémisphères ayant une différence *maximum* d'éclat moyen. Si nous pouvons montrer qu'il est possible d'admettre que ce plan de séparation passe constamment par le foyer, ce qui revient à supposer que les deux composantes d'une Céphéide présentent toujours la même face l'une à l'autre, nous aurons concilié l'hypothèse du milieu résistant avec le fait que le plan de séparation passe constamment par le foyer.

Nous avons trouvé précédemment (chapitre XI) que les Céphéides sont des corps dont la masse est de l'ordre de 4 à 10 fois celle de Jupiter, et que leurs orbites sont environ 5 fois plus grandes que celle de la Lune. Les dimensions de ces corps sont donc une fraction notable de celles de leurs orbites : au périastre, la distance des centres des deux composantes est, en effet, de l'ordre de 5 à 10 fois seulement le diamètre du corps lumineux.

Dans ces conditions de proximité, les deux corps doivent être allongés suivant la ligne qui joint leurs centres, sous l'influence de leur attraction mutuelle. De plus, l'attraction de l'un de ces corps sur les parties les plus voisines de l'autre étant beaucoup plus grande que sur les parties les plus éloignées, elle tendra à ramener constamment dans le prolongement l'un de l'autre les grands axes que la rotation écarterait de cette position. Et, si on suppose que la densité de ces corps décroisse rapidement du centre à la périphérie, cela aura pour effet de diminuer leur moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation, relativement à celui d'un corps de même masse et de même densité moyenne, et, par suite, d'augmenter la prépondérance de l'influence de l'attraction. Les grands axes des deux

corps présenteront vraisemblablement des oscillations pendulaires de faible amplitude, de part et d'autre de la ligne qui joint leurs centres. C'est, en somme, ce qui a lieu dans le cas de la Lune et de la Terre.

69. — L'allongement des deux corps ne doit pas être très grand : nous savons, en effet, que la Lune est sensiblement sphérique et que dans le cas de β Lyre[1], où les deux composantes sont presque en contact, l'excentricité de l'ellipse méridienne est d'environ 0,2. Nous pouvons donc adopter que pour

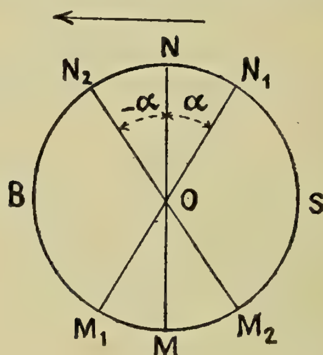


Fig. 7.

les Céphéides (les corps étant supposés être des ellipsoïdes de révolution autour de leurs grands axes), l'excentricité de l'ellipse méridienne est voisine de 0,1.

Il est donc admissible que les deux composantes d'une Céphéide présentent constamment le même hémisphère l'une à l'autre dans le cours d'une révolution.

Nous allons chercher quel sera l'effet du milieu résistant sur l'éclat du corps mobile dans ces conditions.

Représentons le corps lumineux en O (fig. 7), MN est celui de ses diamètres qui passe constamment par le foyer. Un raisonnement analogue à celui qui a été fait (§ 64) montre que,

[1] C. Myers, *Untersuchungen über den Lichtwechsel des Sternes β Lyrae*, München, 1896.

dans une révolution, la portion du corps limitée par l'arc $M_1 B N_2$ est exposée en permanence à l'action du milieu résistant; celle limitée par $M_2 O N_1$ ne l'est à aucun moment; les parties $M M_1$, $N N_2$ le sont pendant le temps $\frac{P}{2} + \varepsilon$, et enfin les parties $N N_1$, $M M_2$ ne le sont que partiellement pendant le temps ε. (Nous avons vu que $\widehat{N O N_1} = N O N_2 = \alpha = \text{arc tg} \frac{e}{\sqrt{1 - e^2}}$.) En admettant, comme nous l'avons fait précédemment, que l'échauffement et le refroidissement des portions du corps qui ne sont pas exposées d'une façon permanente à l'action du milieu résistant ne sont pas instantanés, et étant donné que les durées de révolution sont courtes, le corps mobile doit être en état d'équilibre lumineux tel que le plan de séparation, qui le divise en deux moitiés dont la différence d'éclat moyen est maximum, passe constamment par le foyer.

Cette orientation du plan de séparation est d'ailleurs celle à laquelle nous avait conduit (§ 62) un raisonnement basé sur la position du corps mobile aux extrémités d'une même corde focale lorsque nous observons le maximum et le minimum d'éclat.

70. — En adoptant une excentricité de 0,1 pour l'ellipse méridienne du corps mobile, on a, pour la longueur du petit axe, en prenant le grand axe pour unité,

$$\sqrt{1 - e^2} = 0,995\,;$$

et la surface apparente du corps variera dans le rapport de 0,990 à 0,995, suivant que le grand axe sera dirigé suivant la ligne de visée, ou que l'ellipse méridienne sera perpendiculaire au rayon visuel. Pour une excentricité plus faible, ce rapport serait encore davantage voisin de l'unité. Aussi, étant donné le degré de précision que comportent les courbes d'éclat qui

fournissent les valeurs numériques utilisées dans ce travail, nous supposerons que le corps lumineux est sensiblement sphérique.

Il est maintenant indispensable de s'assurer qu'en partant des hypothèses faites sur la forme du corps lumineux, la distribution de la lumière à sa surface, et l'orientation du plan de séparation, les éléments orbitaux obtenus pour une Céphéide donnée permettent de reproduire la succession des changements d'éclat qu'elle présente dans une période de variation.

CHAPITRE XIII

COURBE D'ÉCLAT CALCULÉE

71. — Soient M et m (fig. 8) les positions du corps brillant au maximum et au minimum d'éclat, C sa position à un instant quelconque t. La corde focale Mm perpendiculaire au

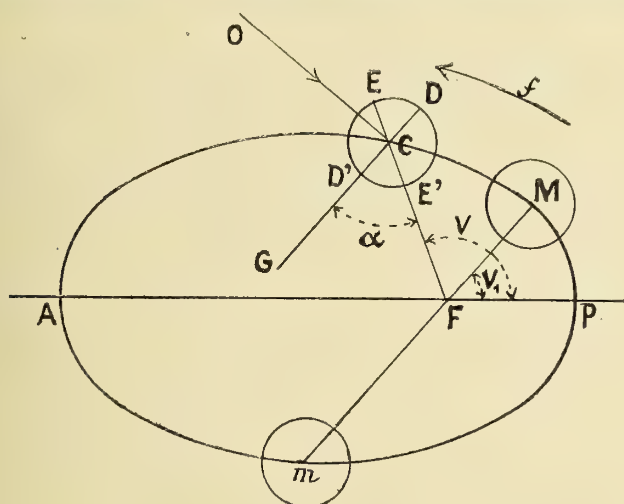


Fig. 8.

rayon visuel O C fait un angle V_1 avec le grand axe de l'orbite. Le diamètre du corps E E′, intersection du plan de l'orbite avec le plan de séparation qui passe constamment par le foyer, fait un angle $V_1 - V = \alpha$ avec la parallèle C G au rayon vecteur F M. Le sens de la révolution étant celui de la flèche f, E D′ E′ sera le demi-cercle le plus lumineux, et E′ D E le plus sombre; un observateur placé suivant le rayon visuel O C

verra donc l'éclat du corps brillant formé de la somme des éclats du secteur brillant E C D′ et du secteur obscur E C D. Désignons par 2 S l'éclat moyen de l'hémisphère le plus brillant, et par 2 S′ l'éclat moyen du plus sombre ; ces deux éclats sont constants dans toutes les positions du corps sur sa trajectoire, puisque nous avons admis (§ 69) que le corps était en état d'équilibre lumineux.

La portion du corps C vue par l'observateur placé dans la direction O C aura un éclat E donné par :

$$E = S + S\cos(V_1 - V) + S' - S'\cos(V_1 - V),$$

ou

$$E = S + S' + (S - S')\cos(V_1 - V).$$

En M, où $V_1 = V$, l'éclat du corps sera $E_M = 2\,S$, et en m, ou $V_1 + \pi = V$, il sera $E_m = 2\,S'$.

La courbe d'éclat observée fournira les valeurs de S et de S′, et il sera possible de calculer, par cette formule, une courbe d'éclat en partant des éléments obtenus pour l'orbite. La comparaison de ces deux courbes sera le critérium des hypothèses faites et de la méthode de calcul employée.

72. — Mais les éléments orbitaux obtenus ne sont qu'approchés, et la courbe d'éclat calculée avec eux sera, en général, un peu différente de la courbe observée. Cela tient à ce que les petites inexactitudes inévitables dans le tracé de la courbe observée peuvent influer d'une façon sensible sur les époques des points d'éclat extrême et principalement sur la détermination du périastre.

La comparaison des deux courbes observée et calculée fournira des données numériques permettant de calculer, par la méthode des moindres carrés, les corrections à apporter aux valeurs provisoires des éléments de l'orbite pour les rendre plus exactes.

73. — Corrections aux éléments approchés. — Si nous différentions l'équation anomalistique

$$nt = u - e \sin u,$$ on a

$$n\Delta t = (1 - e \cos u)\,\Delta u - \sin u \Delta e.$$

Posons :

$$1 - e \cos u = a$$
$$- \sin u = b$$
$$- n\Delta t = l$$

Δt étant la différence de temps correspondant au même éclat dans les deux courbes observée et calculée, nous aurons des équations de condition de la forme

$$a\Delta u + b\Delta e + l = 0$$

qui nous permettront de calculer les corrections Δu et Δe à faire subir aux valeurs provisoires de u et de e. La correction Δu entraîne un déplacement de l'origine des anomalies, et par suite change la position du grand axe par rapport à la ligne des nœuds, ainsi que l'époque du passage au périastre comptée à partir du maximum d'éclat. La correction Δe est obtenue en degrés et devra être multipliée par sin 1″.

Je vais appliquer ce qui précède à la détermination des éléments de l'orbite de δ Céphée, en prenant successivement comme données la courbe d'Argelander (1re partie, Tableau VI) et la mienne (1re partie, Tableau XII).

CHAPITRE XIV

APPLICATIONS

74. — Éléments de l'orbite de δ Céphée d'après la courbe d'Argelander.

a) *Formation de la courbe d'éclat.* — On relève sur la courbe de lumière d'Argelander un certain nombre de points permettant de la reproduire avec suffisamment de précision. Ces points sont donnés par les deux premières colonnes, Δt et L, du tableau suivant. La troisième colonne L' contient la transformation en grandeurs stellaires des éclats L évalués en degrés. Pour cela j'ai admis comme variation de δ Céphée la valeur 0^m65, adoptée dans la première partie (p. 64). Enfin, dans la quatrième colonne, les grandeurs stellaires L' ont été transformées en éclats E par la formule de Pogson, en prenant pour unité d'éclat celui du maximum.

Avec ces éclats E pour ordonnées et les Δt pour abcisses, on trace la *courbe d'éclat* de la variable représentée en *trait plein* dans la figure 9.

Δt	L	L'	E
j	deg.	m	
0,0	10,62	3,62	1,000
0,5	9,7	3,70	0,929
1,0	8,4	3,80	0,847
1,5	7,0	3,92	0,759
2,0	5,75	4,02	0,692
2,5	4,7	4,11	0,637
3,0	3,75	4,18	0,597

Δt	L	L′	E
j	deg.	m	
3,5	2,9	4,25	0,560
3,85	2,7	4,27	0,550
4,0	2,8	4,26	0,555
4,4	4,25	4,14	0,619
4,8	7,75	3,86	0,802
5,2	10,52	3,63	0,991
5,37	10,62	3,62	1,000

b) *Epoques des points d'éclat extrême.* — Les éclats extrêmes sont :

$$2\,S = 1{,}000$$
$$2\,S' = 0{,}550$$

et l'intervalle de temps qui les sépare est :

$$t_2 - t_1 = 3^j85.$$

c) *Position du périastre et de l'apoastre.* — Les points de la courbe qui correspondent au périastre et à l'apoastre sont distants de $\frac{P}{2}$ et ont comme éclats : l'un, $m + \varepsilon$; l'autre, $M - \varepsilon$. Ils ont respectivement pour abscisses environ 4^j93 et 2^j25, et ε a pour valeur 0,113. Le premier de ces points, qui se trouve sur une portion de la courbe où la variation lumineuse est plus rapide que dans celle où se trouve le second, est le périastre.

Par suite, le maximum d'éclat a lieu :

$$5^j37 - 4^j93 = 0^j44 \text{ après le périastre;}$$

donc :

$$t_1 = 0^j44.$$

d) *Anomalies moyennes.* — On a pour valeur angulaire du moyen mouvement en un jour :

$$n = \frac{2\,\pi}{P} = 67^\circ 084$$

et, par suite, connaissant $t_2 - t_1$ et t_1, les anomalies moyennes du maximum et du minimum d'éclat sont :

$$nt_1 = 29°5$$
$$nt_2 = 287°8.$$

e) *Excentricité.* — On calculera d'abord $u_2 - u_1$ d'après la troisième équation du système (B) :

$$nt_2 - nt_1 = (u_2 - u_1) - \sin(u_2 - u_1)$$

équation qui ne contient pas e explicitement. On aura :

$$258°3 = (u_2 - u_1) - \sin(u_2 - u_1).$$

En résolvant cette équation en $(u_2 - u_1)$, on trouve :

$$u_2 - u_1 = 220°8.$$

Avec cette valeur, on calculera ensuite la limite inférieure $| Q |$ de l'excentricité par la formule :

$$Q = \frac{u_2 - u_1 - (nt_2 - nt_1)}{2 \sin \frac{u_2 - u_1}{2}} = \cos \frac{u_2 - u_1}{2}$$

On trouve ainsi $| Q | = 0{,}349$; donc, on doit avoir :

$$e > 0{,}349.$$

La connaissance de cette limite inférieure dispensera de faire tous les calculs d'essais relatifs aux valeurs de e inférieures à 0,35.

A l'aide du système (B), on cherchera par substitutions successives quelle est la valeur de e qui conduit, d'après les deux premières équations, à des valeurs de u_1 et de u_2 satisfaisant, à 1 degré près, à la troisième équation.

On trouve que $e = 0{,}395$ est cette valeur; elle donne, en effet, $u_1 = 45°6$, $u_2 = 265°4$, d'où $u_2 - u_1 = 219°8$; la valeur de $u_2 - u_1$, tirée plus haut de la troisième équation de (B), étant 220°8, nous adopterons provisoirement $e = 0{,}395$.

f) *Anomalie vraie du maximum d'éclat. Courbe d'éclat calculée.* — Connaissant u_1 et e, la formule du mouvement elliptique

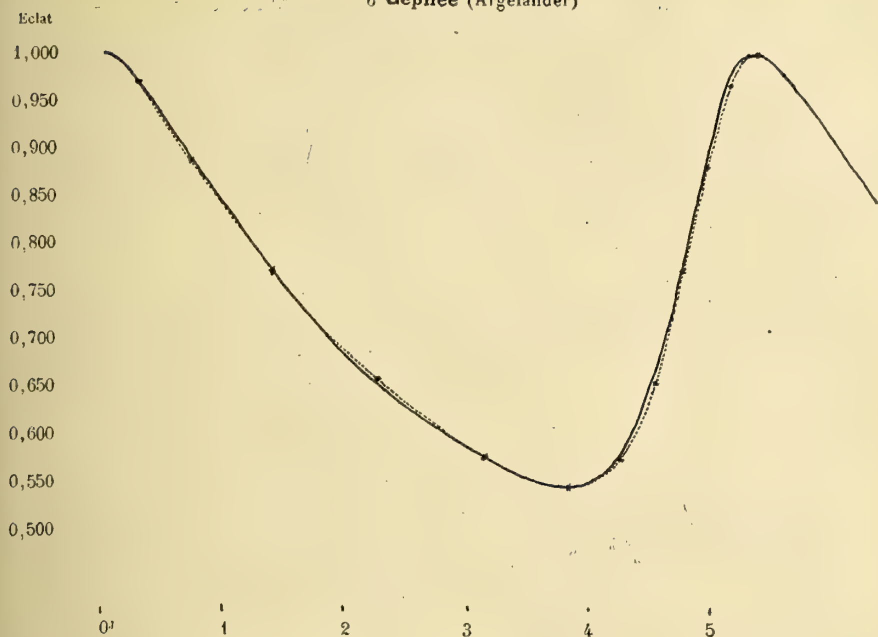

δ Céphée (Argelander)
Eclat
1,000
0,950
0,900
0,850
0,800
0,750
0,700
0,650
0,600
0,550
0,500
0J
1
2
3
4
5

Fig. 9.

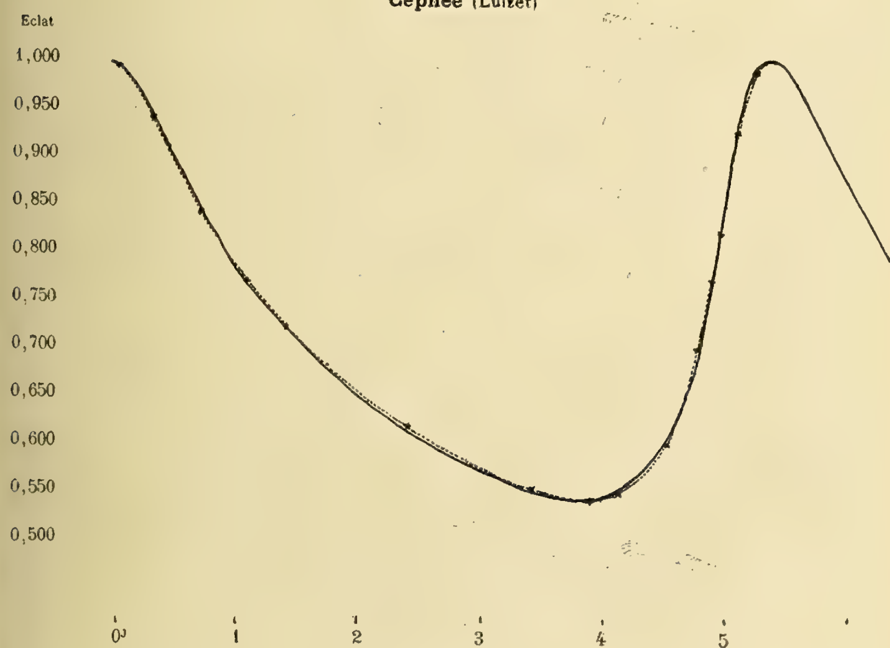

Céphée (Luizet)
Eclat
1,000
0,950
0,900
0,850
0,800
0,750
0,700
0,650
0,600
0,550
0,500
0J
1
2
3
4
5

Fig. 10.

$$\operatorname{tg}\frac{V_1}{2} = \left(\frac{1+e}{1-e}\right)^{\frac{1}{2}} \operatorname{tg}\frac{u_1}{2}$$

donnera la valeur de V_1 dont nous avons besoin pour calculer la courbe d'éclat au moyen de la formule

$$\text{(C)} \qquad E = S + S' + (S - S') \cos (V_1 - V)$$

dans laquelle V est une anomalie vraie courante.

Cette formule donne donc l'éclat E, en fonction de l'anomalie vraie, et il est nécessaire de l'obtenir en fonction du temps qui est pris pour abscisse. Les calculs seraient fort longs si on voulait avoir les éclats à des instants *également* espacés; mais comme il importe, en somme, de les avoir pour un nombre de points suffisant pour permettre de tracer une courbe sans difficulté, j'ai abrégé les calculs de la façon suivante : j'ai considéré les anomalies vraies de 30 en 30 degrés et intercalé au milieu d'elles celles qui correspondent au maximum d'éclat, au minimum et aux deux points qui ont pour anomalie vraie $V_1 + \frac{\pi}{2}$ et $V_1 + \frac{3\pi}{2}$. Pour ces 16 points, j'ai calculé l'anomalie excentrique, puis l'anomalie moyenne et, enfin, le temps au moyen des formules du mouvement elliptique. Les éclats correspondant à chacun de ces temps ont ensuite été obtenus à l'aide de la relation (C) et ont servi à tracer une courbe d'éclat calculée qui s'écartait systématiquement de la courbe observée, mais sans cependant s'en éloigner beaucoup.

g) *Corrections aux éléments.* — Pratiquement, étant donné qu'on cherche seulement l'approximation du dixième de degré, il est suffisant de former les équations de conditions relatives à un petit nombre de points. J'ai choisi le maximum d'éclat, le minimum et le point de chaque branche de la courbe où la variation lumineuse est le plus rapide. Les différences $o - c$, trouvées pour ces quatre points, sont :

$$0°0, \ -6°0, \ -3°4, \ -2°0$$

et les équations normales obtenues :

$$3,66\ \Delta u - 0,13\ \Delta e - 12,5 = 0$$
$$-\ 0,13\ \Delta u + 1,96\ \Delta e - \ 0,4 = 0$$

ont donné les corrections :

$$\Delta u = -\ 3^\circ 4$$
$$\Delta e \sin 1'' = -\ 0,008.$$

Par suite, les éléments corrigés de δ Céphée sont, d'après la courbe d'Argelander :

$$e = 0,387$$
$$T = P - t_1 = 5^j 37 - 0^j 41 = 4^j 96$$
$$\lambda = 2\pi - V_1 = 2\pi - 60^\circ 4 = 299^\circ 6.$$

La courbe d'éclat, calculée avec ces éléments, est représentée en trait ponctué dans la figure 9.

On voit qu'elle se confond presque exactement avec la courbe observée.

75. — La suite des calculs effectués pour obtenir cette courbe est donnée dans le tableau ci-dessous. V_1 ayant été trouvée égale à $60^\circ 4$, je n'ai pas calculé les éclats pour les valeurs de $V = 60^\circ$, $V = 150^\circ$, $V = 240^\circ$, $V = 330^\circ$, qui se seraient sensiblement confondus avec ceux fournis par V_1, $V_1 + \frac{\pi}{2}$, $V_1 + \pi$, $V_1 + \frac{3\pi}{2}$. Les éclats n'ont donc été calculés que pour 12 points au lieu de 16.

Données : $t_1 = 0^j,41$, $nt_1 = 27°,4$, $u_1 = 42°,3$, $V_1 = 60°,4$

$e = 0,387$, $\lg \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} = 0,1773$, $S + S' = 0,775$, $S - S' = 0,225$.

V	$\frac{V}{2}$	lg tg $\frac{V}{2}$	lg tg $\frac{u}{2}$	$\frac{u}{2}$	u	sin u	e'' sin u	nt	t	Δt Max.	$V_1 - V$	cos(V_1 - V) (a)	(a)×(S - S′)	E_c
0°	0°	—	—	0°	0°	0,000	0°	0°	0j,00	4j,96	60°4	+ 0,494	+ 0,111	0,886
30	15	9,4280	9,2507	10,1	20,2	0,345	7,7	12,5	0,19	5,15	30,4	+ 0,862	+ 0,194	0,969
60,4	30,2	9,7649	9,5876	21,15	42,3	0,673	14,9	27,4	0,41	0,00	0,0	+ 1,000	+ 0,225	1,000
90	45	0,0000	9,8227	33,6	67,2	0,922	20,5	46,7	0,70	0,29	330,4	+ 0,870	+ 0,196	0,971
120	60	0,2386	0,0613	49,05	98,1	0,990	22,0	76,1	1,13	0,72	300,4	+ 0,506	+ 0,114	0,889
150,4	75,2	0,5780	0,4007	68,3	136,6	0,687	15,2	121,4	1,81	1,40	270,0	0,000	0,000	0,775
180	90	∞	∞	90,0	180,0	0,000	0,0	180,0	2,68	2,27	240,4	— 0,494	— 0,111	0,664
210	105	— 0,5720	— 0,3947	111,95	223,9	— 0,693	—15,4	239,3	3,57	3,16	210,4	— 0,862	— 0,194	0,581
240,4	102,2	— 0,2351	— 0,0578	131,2	262,4	— 0,991	—22,0	284,4	4,24	3,83	180,0	— 1,000	— 0,225	0,550
270	135	— 0,0000	— 9,8227	146,4	292,8	— 0,922	—20,5	313,3	4,67	4,26	150,4	— 0,870	— 0,196	0,539
300	150	— 9,7614	— 9,5841	159,0	318,0	— 0,669	—14,9	332,9	4,96	4,55	120,4	— 0,506	— 0,114	0,661
330,4	165,2	— 9,4220	— 9,2447	170,05	340,1	— 0,340	— 7,5	347,6	5,18	4,77	90,0	0,000	0,000	0,775

76. — Éléments de l'orbite de δ Céphée d'après la courbe de M. Luizet. — La même suite d'opérations a été effectuée en partant de ma courbe de lumière.

a)

Δt	E	Δt	E
$0^j,0$	1,000	$3^j,5$	0,555
0,5	0,904	3,8	0,550
1,0	0,794	4,0	0,555
1,5	0,718	4,5	0,608
2,0	0,655	4,75	0,679
2,5	0,614	5,0	0,839
3,0	0,581	5,25	0.991
		5,37	1,000

b) $2\,S = 1{,}000, \qquad 2\,S' = 0{,}550$

$$t_2 - t_1 = 3^j 80$$

c) $t_1 = 0^j 30, \qquad \varepsilon = 0{,}078$

d) $nt_1 = 20^\circ 1, \qquad nt_2 = 275^\circ 0$

e) $u_2 - u_1 = 218^\circ 9$

$$|\,Q\,| = 0{,}300 < e.$$

On trouve que $e = 0{,}425$ donne :

$$u_1 = 33^\circ 6, \quad u_2 = 251{,}9\,; \quad \text{d'où } u_2 - u_1 = 218^\circ 3$$

qui ne diffère que de $0^\circ 6$ de la valeur de $u_2 - u_1$ tirée directement de la 3e équation de (B).

f) Avec $e = 0{,}425$ et $nt_1 = 20^\circ 1$, on obtient :

$$u_1 = 33^\circ 6, \qquad V_1 = 50^\circ 8.$$

g) Les différences $o - c$ sont $0^\circ 0$, $-7^\circ 6$, $-2^\circ 8$, $+2^\circ 0$.

h) Les équations normales :

$$3{,}57\,\Delta u - 0{,}06\,\Delta e - 11{,}1 = 0$$
$$-0{,}06\,\Delta u + 2{,}13\,\Delta e + 4{,}7 = 0$$

donnent les corrections :

$$\Delta u = -3^\circ 0$$
$$\Delta e \sin 1'' = +0{,}037.$$

Les éléments orbitaux de δ Céphée tirés de ma courbe de lumière sont donc :

$$e = 0{,}462$$

$$T = P - t_1 = 5^j37 - 0{,}25 = 5^j12$$

$$\lambda = 2\pi - V_1 = 2\pi - 48°3 = 311°7 ;$$

et la courbe d'éclat calculée est :

Δt_M	E_c	Δt_M	E_c
—	—	—	—
5^j12	0,925	2^j42	0,625
5,27	0,987	3,42	0,563
0,00	1,000	3,90	0,550
0,08	0,995	4,13	0,555
0,33	0,943	4,53	0,607
0,74	0,846	4,79	0,704
1,11	0,775	4,90	0,775
1,42	0,729	4,97	0,821

Cette courbe d'éclat calculée est représentée en trait ponctué dans la figure 10 et la courbe observée en trait plein. On voit que ces deux courbes sont peu différentes.

77. — Éléments orbitaux d'autres Céphéides a courbe d'éclat régulière. — Les deux exemples précédents suffisent pour montrer les détails de la méthode que j'ai suivie pour calculer les éléments orbitaux des Céphéides. Je vais maintenant l'appliquer à d'autres étoiles du même type de variation lumineuse.

On sait que les courbes d'éclat des Céphéides n'ont pas toutes la même forme[1] ; dans quelques-unes la variation lumineuse est presque symétrique (ζ Gémeaux), dans d'autres elle est au contraire très dissymétrique (RR Gémeaux), l'augmentation d'éclat étant beaucoup plus rapide que la diminution, et entre ces deux extrêmes on trouve toutes les formes intermédiaires.

Les exemples suivants ont été choisis parmi tous les genres

[1] M. Luizet, Sur la variabilité de certaines étoiles du type δ Céphée *(Comptes rendus de l'Académie des sciences,* vol. CLII, p. 72).

de courbe afin de montrer que la méthode de calcul est générale pour toutes les Céphéides à variation d'éclat régulière. Je ne reproduirai pas le détail des calculs comme je l'ai fait dans les deux exemples précédents; je donnerai seulement pour chaque étoile la courbe d'éclat observée, les éléments obtenus pour l'orbite, et la courbe d'éclat calculée. En outre,

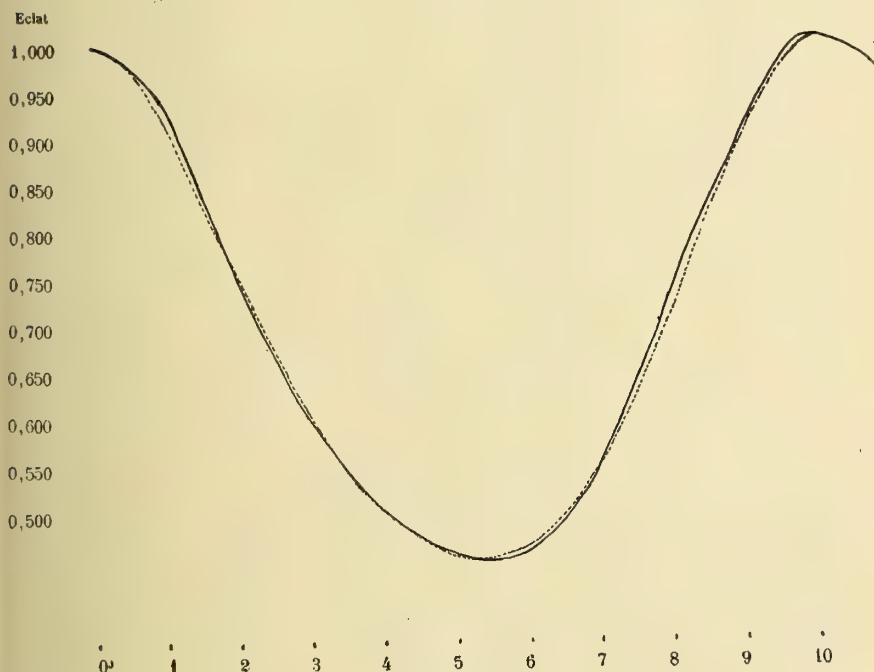


FIG. 11.

les deux courbes observée et calculée seront rapprochées dans une même figure, ce qui facilitera leur comparaison. Dans ces figures, la courbe observée sera représentée en trait plein, et la courbe calculée en trait ponctué.

78. — ζ GÉMEAUX (fig. 11). — La courbe de lumière de cette étoile, qui a été utilisée, est inédite et provient de mes

observations; elle est d'ailleurs peu différente de celle que j'ai publiée dans le n° 3857 des *Astronomische Nachrichten*.

Courbe d'éclat observée.

Δt	E	Δt	E
jours		jours	
0,0	1,000	5,5	0,462
1,0	0,946	6,0	0,470
2,0	0,766	7,0	0,560
3,0	0,614	8,0	0,731
4,0	0,515	9,0	0,895
5,0	0,466	10,15	1,000

Eléments de l'orbite.

$$P = 10^{j}15$$
$$e = 0,138$$
$$T = 9^{j}85$$
$$\lambda = 345°8$$

Courbe d'éclat calculée.

Δt_M	E_C	Δt_M	E_C	Δt_M	E_C
jours		jours		jours	
9,85	0,992	2,20	0,731	6,87	0,544
0,00	1,000	2,67	0,658	7,75	0,665
0,34	0,990	3,68	0,538	8,13	0,731
1,02	0,918	4,77	0,470	8,52	0,804
1,79	0,797	5,29	0,462	9,20	0,924
		5,86	0,472		

79. — S Machine pneumatique (fig. 12). — J'ai utilisé deux courbes de lumière de cette étoile : celle publiée par M. Sperra[1] et celle fournie par mes observations[2].

[1] *The Astronomical Journal*, n° 413.
[2] *Astronomische Nachrichten*, n° 3955.

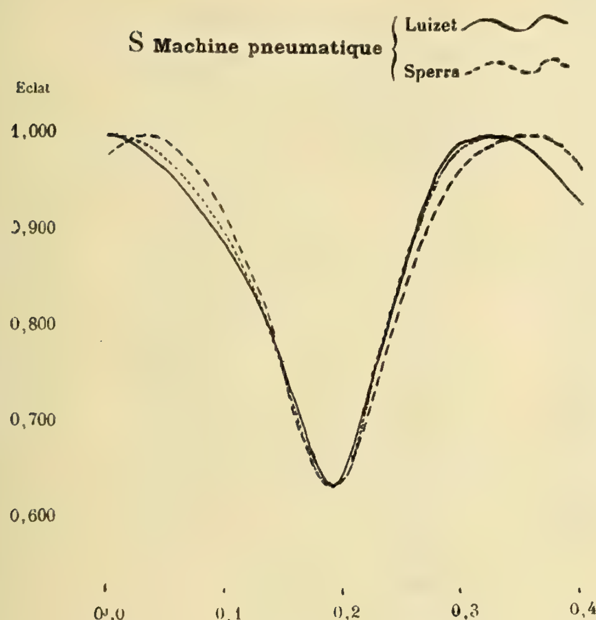


Fig. 12.

Courbes d'éclat observées

SPERRA				LUIZET			
Δt	E	Δt	E	Δt	E	Δt	E
j.		j.		j.		j.	
0,000	0,982	0,156	0,718	0,000	1.000	0,177	0,655
011	0,991	177	0,649	010	1.000	189	0,637
023	1.000	189	0,637	031	0,973	210	0,692
031	1.000	210	0,667	052	0,955	231	0,780
052	0,991	231	0,752	073	0,929	251	0,871
073	0,964	251	0,847	094	0,896	272	0,946
094	0,929	272	0,920	115	0,855	293	0,991
115	0,871	293	0,955	135	0,809	314	1.000
135	0,817	314	0,982	156	0,731	324	1.000

Eléments de l'orbite.

$$P = 0^{j}324 = 7^{h}46^{m}48^{s}233$$
$$e = 0{,}300$$
$$T = 0^{j}198 = 4^{h}45^{m}$$
$$\lambda = 210^{\circ}5$$

Courbe d'éclat calculée.

Δt_M	E_C	Δt_M	E_C
jours		jours	
0,208	0,663	0,046	0,975
0,222	0,730	0,093	0,908
0,238	0,819	0,130	0,819
0,259	0,911	0,158	0,727
0,286	0,976	0,178	0,662
0,000	1,000	0,193	0,637

W **Grande Ourse**

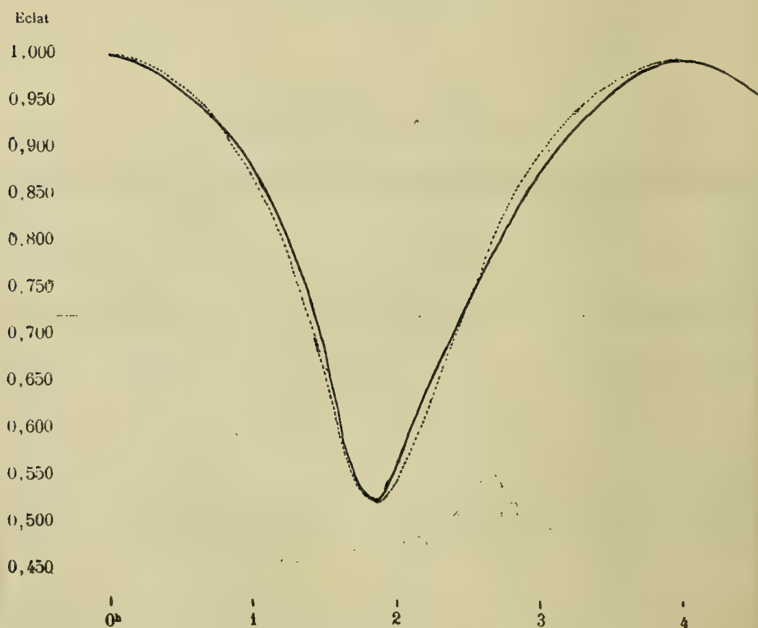


Fig. 13.

80. — W GRANDE OURSE (fig. 13). — La courbe de lumière utilisée est celle obtenue par MM. G. Müller et P. Kempf, à Potsdam[1].

Courbe d'éclat observée.

Δt — heures	E —	Δt — heures	E —
0,0	1.000	2,00	0,575
0,33	0,982	2,33	0,692
0,67	0,946	2,67	0,787
1,00	0,887	3,00	0,879
1,33	0,787	3,33	0,938
1,67	0,586	3,67	0,982
1,87	0,534	4,00	1,000

Eléments de l'orbite.

$$P = 4^h 0^m 13^s = 0^j 16682$$
$$e = 0,286$$
$$T = 1^h 49^m 8 = 0^j 076$$
$$\lambda = 171^\circ 1$$

Courbe d'éclat calculée.

Δt_M —	E_c —	Δt_M —	E_c —
1,83	0,537	3,83	0,997
1,89	0,534	0,00	1,000
2,01	0,550	0,39	0,984
2,21	0,621	0,85	0,913
2,47	0,731	1,19	0,803
2,56	0,767	1,27	0,767
2,81	0,851	1,45	0,683
3,27	0,948	1,65	0,586

81. — RY CASSIOPÉE (fig. 14). — La courbe de lumière

[1] G. Müller und P. Kempf, *Ein neuer veränderlicher Stern von aussergewöhnlich kurzer Periode*, Berlin, 1903.

utilisée est celle que j'ai publiée dans le *Bulletin astronomique* de juillet 1908.

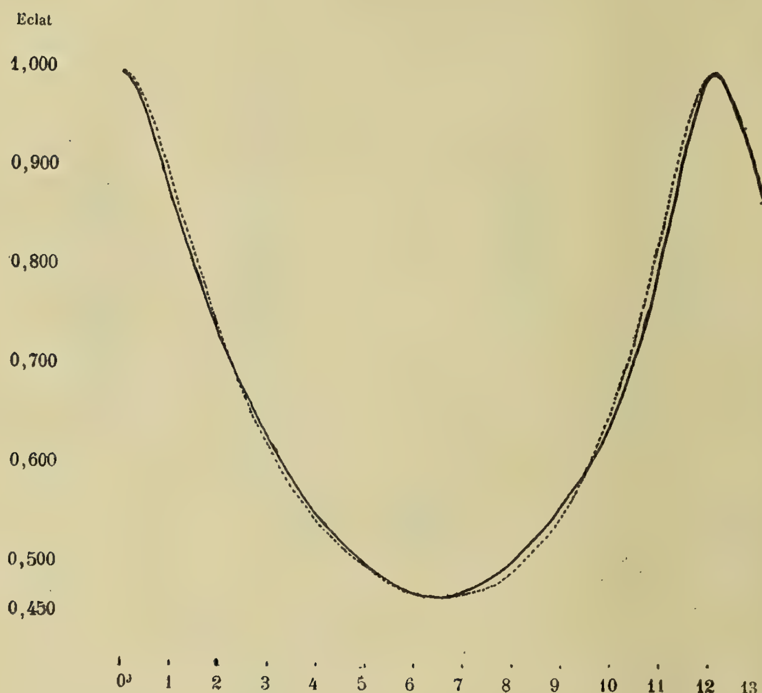


FIG. 14.

Courbe d'éclat observée.

Δt jours	E	Δt jours	E
0,0	1,000	7,0	0,474
1,0	0,871	8,0	0,506
2,0	0,738	9,0	0,560
3,0	0,631	10,0	0,643
4,0	0,555	11,0	0,794
5,0	0,501	12,0	0,991
6,0	0,472	12,13	1,000
6,5	0,470		

Eléments de l'orbite.

$$P = 12^j1328 = 12^j3^h11^m2$$
$$e = 0{,}321$$
$$T = 11^j92$$
$$\lambda = 347^\circ3$$

Courbe d'éclat calculée.

Δt_M	E_C	Δt_M	E_C
jours		jours	
11,92	0,994	5,85	0,476
8,00	1,000	6,64	0,470
0,30	0,988	7,64	0,482
0,87	0,915	9,07	0,555
1,61	0,793	10,11	0,677
1,99	0,735	10,45	0,735
2,63	0,654	10,85	0,816
4,06	0,540	11,42	0,930

82. — RV Grande Ourse (fig. 15). — La courbe de lumière employée est celle que j'ai publiée dans le numéro de *mars 1909* du *Bulletin astronomique*.

Courbe d'éclat observée.

Δt	E	Δt	E
jours		jours	
0,00	1,000	0,30	0,429
0,05	0,692	0,35	0,445
0,10	0,575	0,40	0,535
0,15	0,506	0,45	0,912
0,20	0,453	0,468	1.000
0,25	0,433		

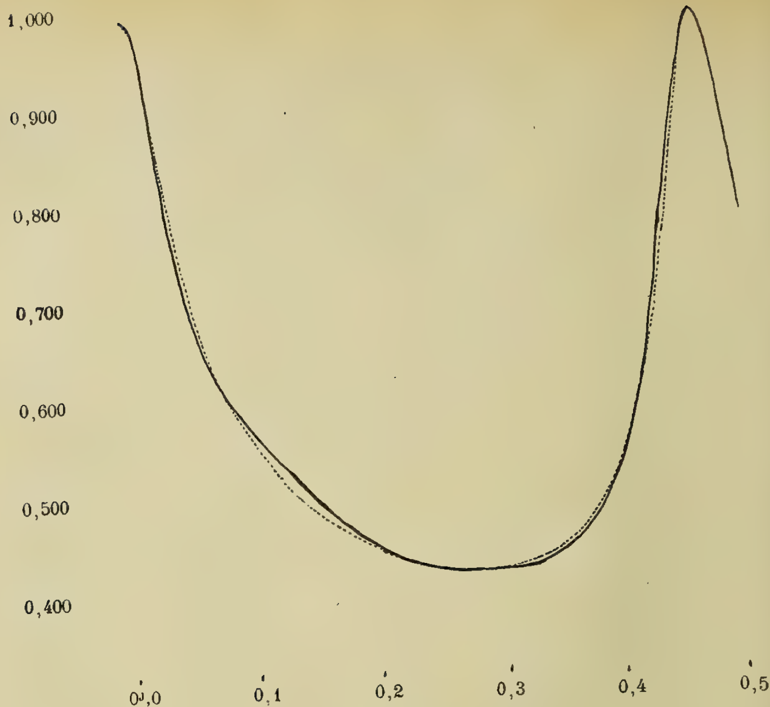


Fig. 15.

Y Sagittaire

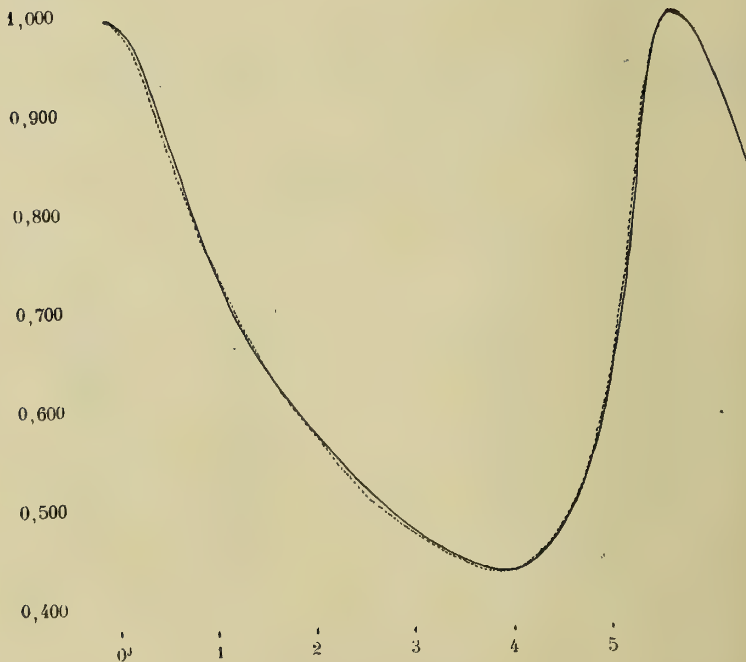


Fig. 16.

Eléments de l'orbite.

$$P = 0^j468116 = 11^h14^m5^s2$$
$$e = 0,537$$
$$T = 0^j463 = 11^h7^m$$
$$\lambda = 345°4$$

Courbe d'éclat calculée.

Δt_M jours	E_C	Δt_M jours	E_C
0,463	0,991	0,229	0,439
0,000	1,000	0,281	0,430
0,005	0,990	0,328	0,440
0,018	0,915	0,390	0,515
0,036	0,792	0,422	0,643
0,049	0,715	0,432	0,715
0,068	0,638	0,440	0,792
0,130	0,512	0,453	0,918

83. — Y SAGITTAIRE (fig. 16). — La courbe de lumière qui a servi de base aux calculs est celle que j'ai publiée dans le numéro 3955 des *Astronomische Nachrichten.*

Courbe d'éclat observée.

Δt jours	E	Δt jours	E	Δt jours	E
0,00	1,000	2,25	0,555	4,00	0,436
0,25	0,982	2,50	0,525	4,25	0,453
0,50	0,920	2,75	0,501	4,50	0,479
0,75	0,839	3,00	0,479	4,75	0,525
1,00	0,766	3,25	0,461	5,00	0,603
1,25	0,698	3,50	0,449	5,25	0,738
1,50	0,655	3,75	0,441	5,50	0,929
1,75	0,614	3,83	0,436	5,75	1,000
2,00	0,581			5,77	1,000

Eléments de l'orbite.

$$P = 5^j7734 = 5^j18^h34^m8$$
$$e = 0,392$$
$$T = 5^j50 = 5^j12^h$$
$$\lambda = 319^o8$$

Courbe d'éclat calculée.

Δt_M	E_C	Δt_M	E_C
jours		jours	
5,50	0,934	2,62	0,502
5,70	0,996	3,57	0,440
0,00	1,000	3,84	0,436
0,16	0,983	4,29	0,453
0,47	0,899	4,76	0,537
0,94	0,767	5,07	0,669
1,15	0,718	5,15	0,718
1,66	0,622	5,30	0,814

84. — S U Cygne (fig. 17). — La courbe de lumière employée est celle que j'ai publiée dans le n° 4141 des *Astronomische Nachrichten.*

Courbe d'éclat observée.

Δt	E	Δt	E
jours		jours	
0,0	1,000	2,50	0,462
0,25	0,920	1,55	0,462
0,50	0,773	3,00	0,506
1,00	0,625	3,50	0,817
1,50	0,550	3,85	1,000
2,00	0,492		

SU Cygne

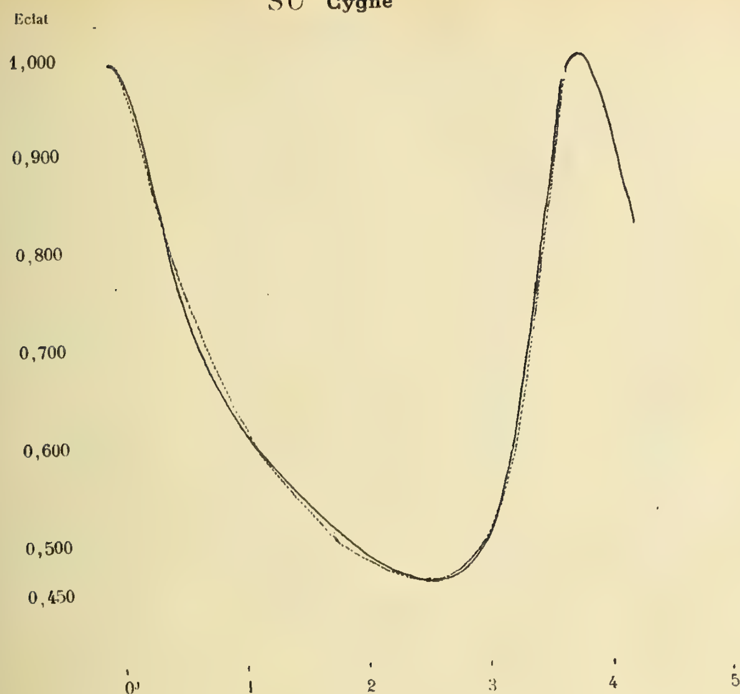


Fig. 17.

XX Cygne

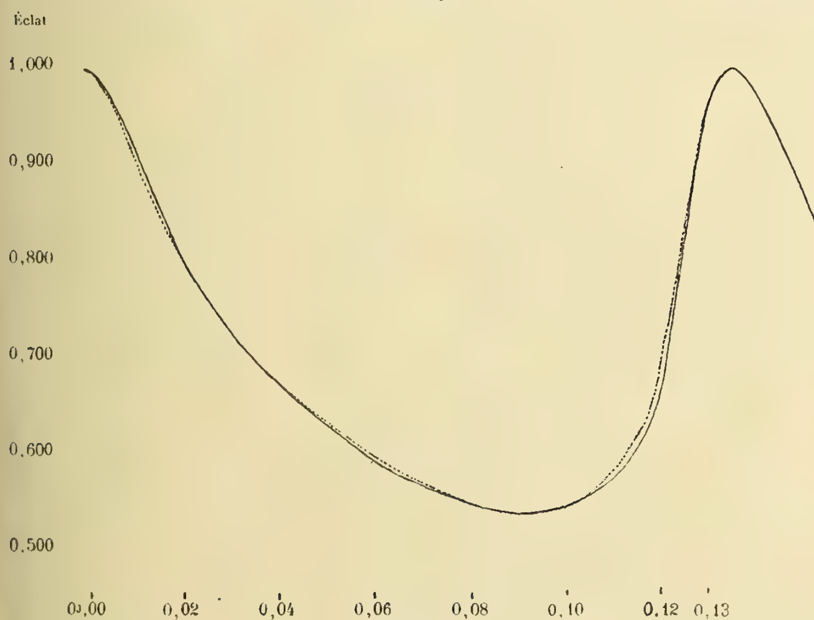


Fig. 18.

Eléments de l'Orbite.

$P = 3^j8456 12 = 3^j 20^h 17^m 40^s 8$
$e = 0,395$
$T = 3^j 16^h 9$
$\lambda = 328^\circ 6$

Courbe d'éclat calculée.

Δt_M	E_C	Δt_M	E_C
jours		jours	
3,71	0,960	1,75	0,502
3,84	1,000	2,43	0,462
0,00	1,000	2,45	0,462
0,14	0,967	2,90	0,495
0,35	0,871	3,22	0,591
0,66	0,737	3,42	0,725
0,68	0,731	3,43	0,731
1,14	0,602	3,58	0,860

85. — XX Cygne (fig. 18). — La courbe de lumière utilisée est celle que j'ai publiée dans le numéro de juillet 1908 du *Bulletin Astronomique*.

Courbe d'éclat observée.

Δt	E	Δt	E	Δt	E
jours		jours		jours	
0,000	1,000	0,050	0,625	0,100	0,450
0,010	0,929	0,060	0,592	0,110	0,565
0,020	0,809	0,070	0,565	0,120	0,649
0,030	0,724	0,080	0,545	0,130	0,955
0,040	0,667	0,090	0,534	0,135	1,000

Eléments de l'Orbite.

$P = 0^j 1348645 = 3^h 14^m 12^s 29$
$e = 0,456$
$T = 0^j 1295 = 3^h 6^m 5^s$
$\lambda = 319^\circ 1$

Courbe d'éclat calculée.

Δt_M	E_c	Δt_M	E_c
jours		jours	
0,1295	0,943	0,0620	0,591
0,1334	0,996	0,0869	0,538
0,0000	1,000	0,0942	0,534
0,0030	0,987	0,1043	0,547
0,0094	0,920	0,1147	0,614
0,0198	0,811	0,1211	0,723
0,0251	0,767	0,1229	0,767
0,0371	0,691	0,1256	0,843

86. — T Petit Renard (fig. 19). — Deux courbes de lumière de cette étoile ont été employées; celle publiée par

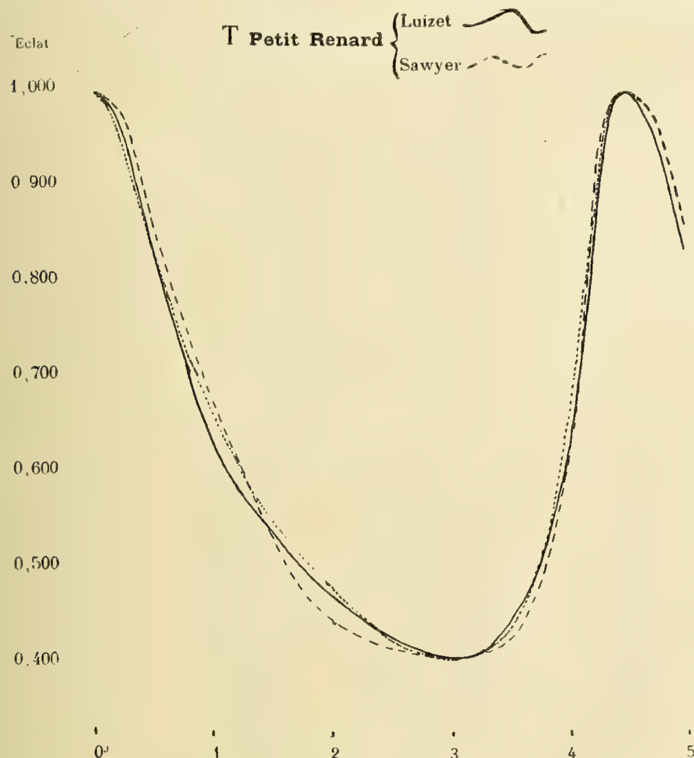


Fig. 19.

M. Sawyer dans *the Astronomical Journal*, et celle que j'ai tirée de mes premières années d'observations [1].

Courbes d'éclat observées.

Δt	E Sawyer	E Luizet	Δt	E Sawyer	E Luizet
jours			jours		
0,00	1,000	1,000	2,50	0,421	0,429
0,25	0,973	0,955	2,75	0,409	0,413
0,50	0,855	0,832	3,00	0,406	0,406
0,75	0,766	0,724	3,20	0,409	0,409
1,00	0,679	0,625	3,45	0,417	0,445
1,25	0,608	0,581	3,70	0,470	0,492
1,50	0,525	0,540	3,95	0,592	0,603
1,75	0,474	0,501	4,20	0,920	0,847
2,00	0,445	0,470	4,44	1,000	1,000
2,25	0,429	0,445			

Eléments de l'Orbite.

$$P = 4^{j}43578 = 4^{j}10^{h}27^{m}31^{s}4$$
$$e = 0,428$$
$$T = 4^{j}24 = 4^{j}5^{h}46^{m}$$
$$\lambda = 318^{\circ}0$$

Courbe d'éclat calculée.

Δt_M	Ec	Δt_M	Ec
jours		jours	
4,24	0,924	2,02	0,482
4,38	0,993	2,80	0,413
0,00	1,000	3,06	0,406
0,10	0,985	3,36	0,421
0,32	0,902	3,72	0,504
0,67	0,765	3,93	0,641
0,87	0,703	4,01	0,703
1,24	0,611	4,10	0,795

[1] *Astronomische Nachrichten*, n° 3653.

87. — δ Céphée (fig. 20). — Bien que j'aie déjà calculé deux fois les éléments de l'orbite de δ Céphée, il m'a paru intéressant d'en faire une troisième détermination en prenant comme base une courbe de lumière obtenue, non plus par la méthode d'Argelander, mais à l'aide d'un photomètre. Cette courbe est celle de M. J. Stebbins[1].

Courbe d'éclat observée.

Δt jours	E	Δt jours	E
0,0	1,000	3,0	0,545
0,5	0,887	3,5	0,511
1,0	0,780	3,95	0,496
1,5	0,724	4,0	0,496
2,0	0,637	4,5	0,586
2,5	0,586	5,0	0,863
		5,37	1,000

Eléments de l'Orbite.

$$P = 5^j366$$
$$e = 0,400$$
$$T = 5^j07 = 5^j1^h7$$
$$\lambda = 312^\circ3$$

Courbe d'éclat calculée.

Δt_M jours	E_C	Δt_M jours	E_C
5,07	0,918	2,38	0,578
5,25	0,988	3,29	0,508
0,00	1,000	3,72	0,496
0,09	0,994	3,96	0,502
0,38	0,934	4,39	0,562
0,81	0,825	4,67	0,671
1,18	0,748	4,80	0,748
1,48	0,694	4,89	0,802

[1] *The Astrophysical Journal*, vol. XXVII, p. 188.

δCéphée (J. Sttebbins)

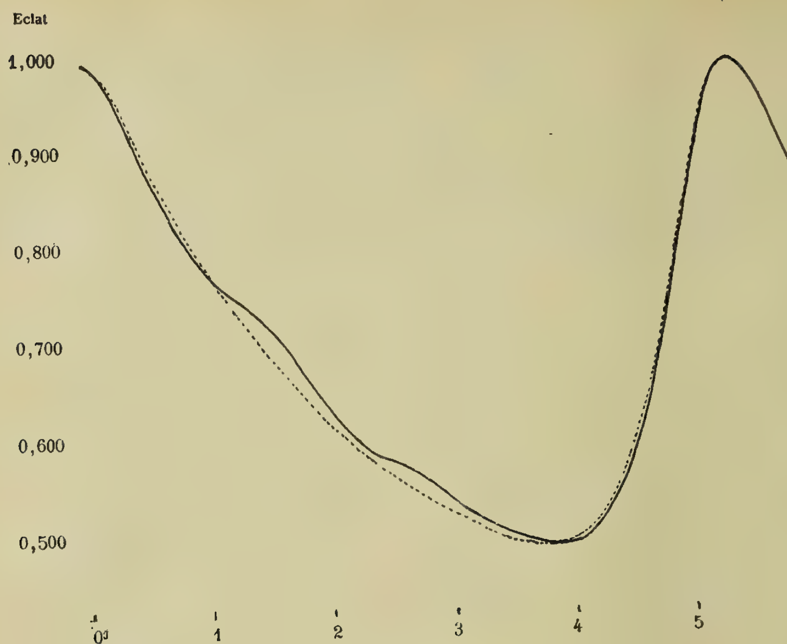


Fig. 20.

RR Gémeaux

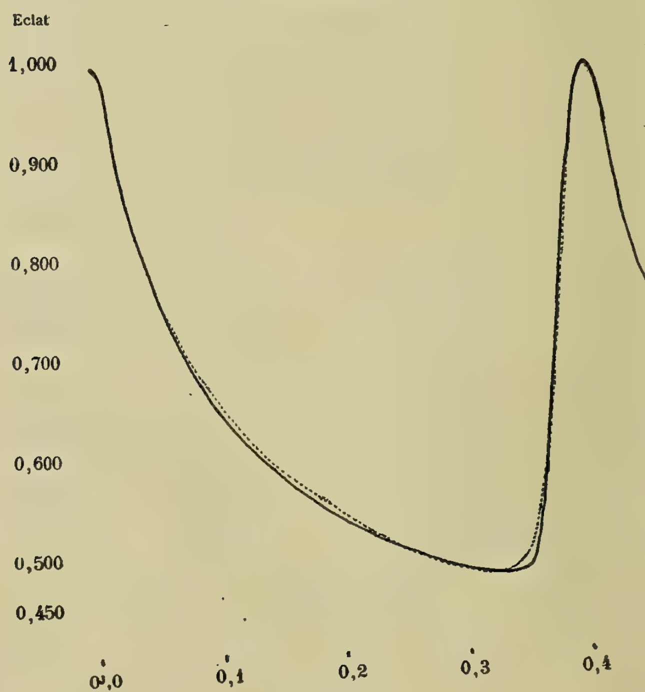


Fig. 21.

88. — RR Gémeaux (fig. 21). — La courbe de lumière dont je me suis servi est celle que j'ai tirée de mes observations; elle a été publiée dans le numéro d'octobre 1907 du *Bulletin Astronomique*.

Courbe d'éclat observée.

Δt — jours	E —	Δt — jours	E —
0,000	1,000	0,225	0,520
025	0,871	250	0,506
050	0,773	275	0,497
075	0,698	300	0,488
100	0,649	325	0,480
125	0,614	345	0,480
150	0,586	350	0,492
175	0,560	375	0,773
200	0,540	397	1,000

Eléments de l'Orbite.

$$P = 0^j 3972927 = 9^h 32^m 6^s 08$$
$$e = 0{,}619$$
$$T = 0^j 387 = 9^h 17^m 3$$
$$\lambda = 314^\circ 67$$

Courbe d'éclat calculée.

Δt_M — jours	E_C —	Δt_M — jours	E_C —
0,387	0,923	0,189	0,557
0,393	0,991	0,286	0,489
0,000	1,000	0,317	0,480
0,004	0,991	0,338	0,489
0,016	0,925	0,361	0,555
0,040	0,809	0,373	0,671
0,061	0,740	0,377	0,740
0,092	0,674	0,381	0,806

89. — U Y Cygne (fig. 22). — La courbe de lumière prise comme base des calculs est celle que j'ai publiée dans le n° 4203 des *Astronomische Nachrichten.*

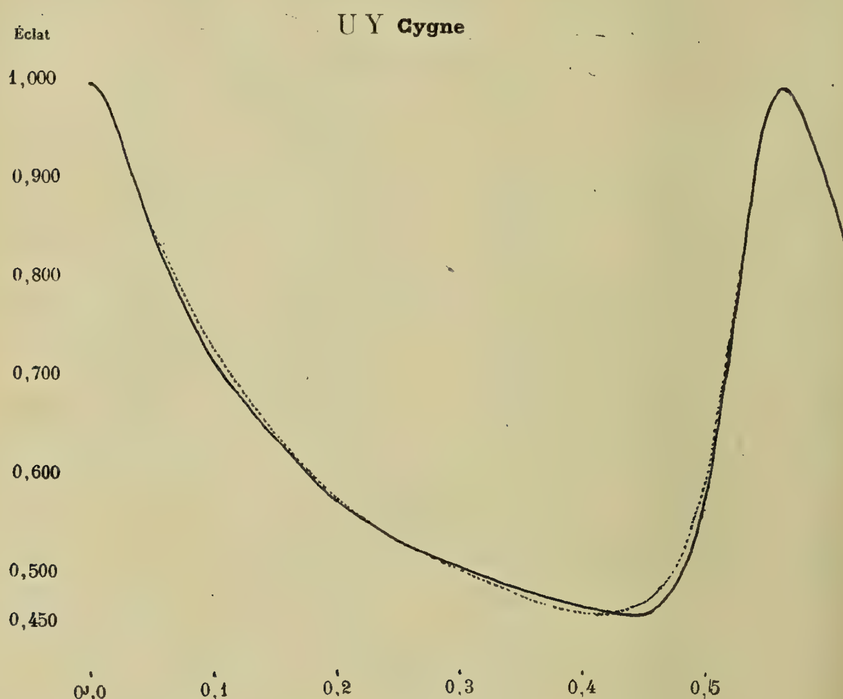


Fig. 22.

Courbe d'éclat observée.

Δt	E	Δt	E
—	—	—	—
jours		jours	
0,00	1,000	0,35	0,483
0,05	0,847	0,40	0,466
0,10	0,718	0,45	0,462
0,15	0,643	0,50	0,581
0,20	0,575	0,52	0,745
0,25	0,535	0,54	0,929
0,30	0,511	0,56	1,000

Eléments de l'Orbite.

$P = 0^j5607103 = 13^h27^m25^s37$
$e = 0,500$
$T = 0^j541 = 12^h59^m$
$\lambda = 318°3$

Courbe d'éclat calculée.

Δt_M	E_C	Δt_M	E_C
—	—	—	—
jours		jours	
0,541	0,932	0,260	0,530
0,555	0,994	0,372	0,468
0,000	1,000	0,405	0,462
0,011	0,986	0,445	0,476
0,035	0,910	0,486	0,552
0,076	0,786	0,510	0,676
0,100	0,731	0,518	0,731
0,149	0,647	0,527	0,815

90. — Les 14 exemples précédents pris parmi les étoiles variables du type δ Céphée ayant une variation lumineuse *régulière* montrent que la méthode suivie pour le calcul des éléments orbitaux de ces systèmes binaires conduit à une représentation très satisfaisante des phénomènes lumineux observés. Les différences entre les courbes observée et calculée sont, en effet, bien inférieures en valeur absolue à celles qu'on rencontre entre les courbes d'éclat obtenues indépendamment par plusieurs observateurs pour une même Céphéide, et dont des exemples sont montrés dans les figures 4, 9 et 16.

CHAPITRE XV

RÉSULTATS

91. — J'ai réuni dans le tableau suivant (A) les éléments orbitaux des Céphéides étudiées dans ce travail, ce qui permettra d'en tirer plus facilement certaines déductions intéressantes.

Tableau A des éléments orbitaux.

NOM	P	*e*	T	λ
ζ Gémeaux	10j15	0,138	9j85	345°5
S Mach pneumatique .	0,324	0,300	0,198	210,5
W Grande Ourse . . .	0,1668	0,286	0,076	171,1
RY Cassiopée.	12,13	0,321	11,92	347,3
RV Grande Ourse . . .	0,468	0,537	0,463	345,4
Y Sagittaire.	5,773	0,392	5,50	319,8
SU Cygne	3,846	0,395	3,71	328,6
XX Cygne	0,1349	0,456	0,1295	319,1
T Petit Renard. . . .	4,436	0,428	4,24	318,0
δ Céphée (Argelander) .	5,366	0,387	4,96	299,6
» (Stebbins) .	»	0,400	5,07	312,3
» (Luizet) . .	»	0,462	5,12	311,7
RR Gémeaux	0,397	0,619	0,387	314,7
UY Cygne	0,561	0,500	0,541	318,3

Parmi ces étoiles, il y en a cinq dont les éléments de l'orbite ont été déterminés d'après les mesures de vitesse radiale. Ces éléments sont donnés, tableau B, dans les colonnes *Spect.;* ceux que j'ai obtenus sont inscrits, en regard, dans les colonnes *Photom.*

Tableau B.

Nom.	Spect.		Photom.	
	e	T	*e*	T
	jours		jours	
ζ Gémeaux . .	0,22	6,4	0,14	9,8
Y Sagittaire .	0,16	4,5	0,39	5,5
S U Cygne . .	0,21	2,5	0,39	3,7
T Renard . .	0,43	3,8	0,43	4,2
δ Céphée . .	0,46	4,8	0,39	4,96
			0,40	5,07
			0,46	5,12

On voit que ces deux systèmes d'éléments sont comparables ; et, dans le degré actuel de précision des courbes de lumière et de vitesses radiales qui ont servi de bases aux calculs, il n'y a certainement pas lieu de chercher la cause des différences qu'ils présentent.

En outre, puisque dans le cas où on a affaire à une étoile assez brillante pour être étudiée au spectroscope, les éléments fournis par les mesures de ses vitesses radiales sont *comparables* à ceux que j'obtiens à l'aide de sa courbe d'éclat, il semble qu'on puisse conclure que *les éléments, calculés d'après ma méthode, des Céphéides échappant par leur peu de lumière à l'analyse spectrale, doivent être acceptés avec quelque confiance.*

92. — Comparaison des éléments de δ Céphée. — Les éléments de δ Céphée (tableau A) obtenus d'après les courbes d'Argelander, de M. Stebbins et la mienne — ces deux dernières se rapportent à peu près à la même époque — semblent montrer que, depuis un demi-siècle, le grand axe de son orbite a un peu tourné par rapport au rayon visuel ($\lambda = 300$ degrés en 1855, et 312 degrés en 1908), de telle sorte que les maxima d'éclat se produisent maintenant plus près du périastre

qu'à l'époque d'Argelander (T a varié de 4^j96 en 1855 à 5^j10 en 1908) ; en outre, l'excentricité paraît avoir un peu augmenté ($e = 0{,}39$ en 1855, et $e = 0{,}43$ en 1908). Si ces changements sont exacts, au moins quant au sens, la forme de la courbe de δ Céphée a dû se rapprocher de celle de R Y Cassiopée (fig. 14) et de R V Grande Ourse (fig. 15). Mais il n'est pas davantage possible de conclure d'une façon ferme à la réalité des modifications des éléments de l'orbite de cette étoile, que je n'ai pu le faire, dans la première partie, relativement à la transformation de sa courbe de lumière depuis cinquante ans, puisque les données qui entrent dans le calcul des éléments sont exclusivement fournies par les courbes.

93. — Discussion des résultats. — Les résultats contenus dans le tableau A, montrent combien la forme de la courbe représentant la succession des impressions lumineuses que donnent les Céphéides est étroitement liée à l'excentricité, et surtout à l'orientation du grand axe de l'orbite par rapport à la ligne de visée ; ce que MM. Albrecht et Duncan ont exprimé en disant que les positions du maximum et du minimum d'éclat ne dépendent pas de celles du corps sur sa trajectoire, mais seulement de la direction dans laquelle se trouve l'observateur.

En effet, représentons dans la figure 23 l'orbite d'une Céphéide, et, par la flèche *f*, le sens de la révolution du corps brillant autour du corps sombre F. Si le rayon visuel a la direction $O_1 M_1$, nous aurons une variation lumineuse de la forme R V Grande Ourse, R Y Cassiopée ou ζ Gémeaux ; le maximun d'éclat sera d'autant plus aigu, et le minimum d'autant plus aplati que l'excentricité sera plus grande. Lorsque le rayon visuel aura une direction telle que $O_2 M_2$ ou $O_3 M_3$, la variation de lumière sera analogue à celle des 7 dernières étoiles du tableau, et l'augmentation d'éclat sera d'autant plus rapide que l'excentricité sera plus grande. Enfin, quand le rayon visuel aura une direction voisine de $O_4 M_4$, on aura

des variations d'éclat analogues à celles de S Machine pneumatique et de W Grande Ourse. Si nous continuons à faire tourner la ligne de visée autour du grand axe, nous lui donnerons la direction O_5 M_5, O_6 M_6, etc..., et dans toutes ces positions nous devrons avoir une augmentation de lumière *plus lente* que la diminution, fait qui n'a jamais été observé d'une façon indiscutable[1]. A part les deux étoiles W Grande Ourse et S Machine pneumatique, le *maximum d'éclat* de

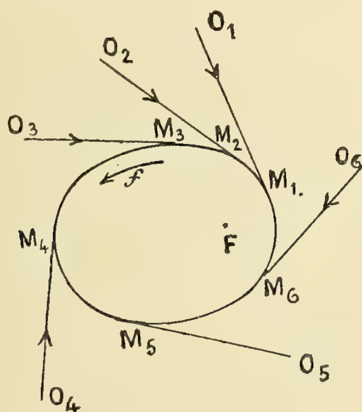


Fig. 23.

toutes les Céphéides étudiées *a donc lieu peu de temps après le passage du satellite au périastre.*

94. — On serait naturellement tenté d'attribuer cela à une influence périastrale, si les mesures de vitesses radiales n'apportaient pas leur précieux témoignage, qu'à ce moment, le corps brillant traverse la ligne des nœuds, en s'approchant de nous le plus rapidement, et que c'est bien à une orientation particulière du grand axe de l'orbite qu'est due cette proximité de maximum d'éclat et du périastre.

[1] La seule Céphéide qui soit, en effet, dans ce cas est W Grande Ourse; mais, étant donné qu'elle varie très lentement au voisinage du maximum, la position de ce point est mal déterminée et, par suite, les durées d'augmentation et de diminution d'éclat comportent une assez grande incertitude.

Parmi les systèmes binaires analogues aux Céphéides, qui doivent être disséminés dans la voie lactée, comment se fait-il qu'il n'y en ait pas qui présentent une augmentation de lumière *plus lente* que la diminution? Si leurs orbites avaient une orientation *quelconque* par rapport à notre système solaire, une telle forme de variation d'éclat devrait, en effet, se rencontrer aussi fréquemment que celle dans laquelle l'augmentation de lumière est la plus rapide.

D'autre part, il n'est pas possible d'attribuer à notre Soleil une influence, même minime, sur l'orientation des grands axes des Céphéides. Il faut donc admettre que *ces grands axes ont une tendance*, dont la cause nous est inconnue, à *prendre une orientation plutôt qu'une autre dans l'espace.*

Peut-être y a-t-il lieu de rapprocher cette conclusion du fait suivant : certains amas stellaires contiennent proportionnellement un beaucoup plus grand nombre d'étoiles variables que les autres régions du ciel, et presque toutes ces étoiles présentent des variations lumineuses semblables à celles de δ Céphée ou de RR Gémeaux. Si, comme cela est probable d'après la forme de leur courbe de lumière, ces étoiles sont des systèmes binaires analogues aux Céphéides, *les grands axes de leurs orbites doivent avoir des directions peu différentes.*

CONCLUSION

95. — Depuis que l'analyse spectrale a montré, d'une façon certaine, que les Céphéides sont des étoiles doubles, à composantes très serrées, ayant une durée de révolution égale à celle de leurs changements d'éclat, on avait pu obtenir seulement les éléments orbitaux des plus brillantes d'entre elles — celles qui peuvent être étudiées spectrophotographiquement — parce que les méthodes de calcul qu'on leur appliquait étaient celles employées pour les spectroscopiques binaires à éclat constant, et dans lesquelles les données sont les vitesses radiales. Aussi, j'ai cherché à établir une méthode de calcul utilisant exclusivement les courbes de lumière de ces étoiles variables, et qui permette, par conséquent, d'obtenir les éléments orbitaux de celles d'entre elles qui sont trop faibles pour pouvoir être étudiées au spectroscope.

Cette méthode est exposée dans la deuxième partie du présent travail. Elle donne pour les Céphéides brillantes, à variation régulière, des éléments comparables à ceux fournis par la méthode spectrophotographique, ce qui permet d'accorder quelque confiance aux éléments obtenus pour les étoiles *faibles*. De plus, la courbe d'éclat que l'on peut calculer à l'aide de ces éléments s'écarte très peu de la courbe observée, quelle que soit sa forme. L'accord entre ces deux courbes observée et calculée est d'autant plus parfait que la courbe de lumière employée est déduite d'un plus grand nombre d'observations

relativement à la durée de période, c'est-à-dire est plus précise. Et il est difficile d'admettre que, dans les quatorze étoiles étudiées, cet accord ne soit que le résultat d'heureuses coïncidences ! Il semble qu'il doive y avoir au moins une partie de la vérité dans les hypothèses faites sur la constitution des Céphéides qui ont permis d'aboutir à cette représentation des phénomènes observés.

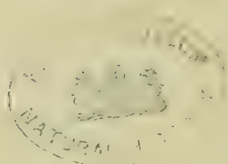


TABLE DES MATIÈRES

Introduction 1

MONOGRAPHIE DE L'ÉTOILE VARIABLE δ CÉPHÉE

Chapitre premier. — Historique 9
Chapitre II. — Observations 12
Chapitre III. — Calcul des éléments 40
Chapitre IV. — Courbe de lumière de δ Céphée 45
Chapitre V. — Comparaison des courbes de lumière de δ Céphée . 54
Chapitre VI. — Etoiles de comparaison et amplitude des variations 61
Chapitre VII. — Conclusions 65

LES CÉPHÉIDES CONSIDÉRÉES COMME ÉTOILES DOUBLES

Chapitre VIII. — Historique 67
Chapitre IX. — Courbe d'éclat, courbe de vitesse radiale . . . 73
Chapitre X. — Calcul des éléments de l'orbite d'une Céphéide . . 76
Chapitre XI. — Ordre de grandeur des Céphéides 94
Chapitre XII. — Milieu résistant. Plan de séparation 99
Chapitre XIII. — Courbe d'éclat calculée. 111
Chapitre XIV. — Applications 114
Chapitre XV. — Résultats. 142
Conclusion 147



Lyon. — Imprimerie A. Rey, 4, rue Gentil. — 61671

A. FONTEMOING, 4, rue Le Goff.

Onomasticon Taciteum, par Ph. Fabia (II, *Fasc. 4*). . . . . 15 fr.

L'« Agamemnon » d'Eschyle, texte, traduction et commentaires, par Paul Regnaud (II, *Fasc. 6*). 6 fr.

Notes critiques sur quelques Traductions allemandes de poèmes français au moyen âge, par J. Firmery (II, *Fasc. 8*) . . . . 5 fr.

Au musée de l'Acropole d'Athènes. — *Études sur la sculpture en Attique avant la ruine de l'Acropole lors de l'invasion de Xerxès*, par Henri Lechat (II, *Fasc. 10*). (Epuisé). . . . 8 fr.

Cultes militaires de Rome. Les Enseignes, par Ch. Renel (II, *Fasc. 12*). . . . . 7 fr. 50

Sophocle. — **Étude sur les ressorts dramatiques de son théâtre et la composition de ses tragédies**, par F. Allègre (II, *Fasc. 15*). . . . 8 fr.

Daos : tableau de la Comédie grecque pendant la période dite nouvelle (Κωμωιδία Νέα), par Ph.-E. Legrand (II, *Fasc. 22*) . . . . 15 fr.

La Femme Docteur : Mme Gottsched et son modèle français Bougeant, ou Jansénisme et Piétisme, par A. Vulliod (II, *Fasc. 23*) . . . . 6 fr.

Les Fouilles de Fourvière en 1911, par C. Germain de Montauzan (II, *Fasc. 25*) . . . . 6 fr.

Ernest LEROUX, 28, rue Bonaparte.

Phonétique historique et comparée du sanscrit et du zend, par P. Regnaud (*Fasc. 19*) . . 5 fr.

L'évolution d'un Mythe. Açvins et Dioscures, par Charles Renel (*Fasc. 24*) . . . . . . 6 fr.

Etudes védiques et post védiques, par Paul Regnaud (*Fasc. 38*). . . . . 7 fr. 50

Bhāratīya-Nātya-Çāstram, Traité de Bharata sur le théâtre, texte sanscrit, avec les variantes tirées de quatre manuscrits, une table analytique et des notes par Joanny Grosset (*Fasc. 40*). . 15 fr.

Recherches sur l'Origine de l'Idée de Dieu, d'après le Rig-Véda, par A. Guérinot (II, *Fasc. 3*) 7 fr. 50

Dictionnaire étymologique du latin, et du grec dans ses rapports avec le latin, d'après la méthode évolutionniste (Linguistique indo-européenne appliquée), par Paul Regnaud (II, *Fasc. 19*) 10 fr.

GAUTHIER-VILLARS, 55, quai Gds-Augustins.

Sur la théorie des équations différentielles du premier ordre et du premier degré, par Léon Autonne (*Fasc 6*). . . . . 9 fr.

Recherches sur l'équation personnelle dans les observations astronomiques de passages, par F. Gonnessiat (*Fasc. 7*) . . . . 5 fr.

Recherches sur quelques dérivés surchlorés du phénol et du benzène, par Etienne Barral (*Fasc. 17*) . . . . 5 fr.

Sur la représentation des courbes gauches algébriques, par L. Autonne (*Fasc. 20*) . . 3 fr.

Sur le résidu électrique des condensateurs, par L. Houllevigue (*Fasc. 32*) . . . . . 3 fr.

Synthèse d'aldéhydes et d'acétones dans la série du naphtalène au moyen du chlorure d'aluminium, par L. Rousset (*Fasc. 30*) . . . . 3 fr.

Recherches expérimentales sur quelques actinomètres électro-chimiques, par H. Rigollot (*Fasc. 29*) . . . . 5 fr.

De la constitution des alcaloïdes végétaux, par X. Causse (I, *Fasc. 2*) . . . . 3 fr.

Etude sur les occultations d'amas d'étoiles par la lune, avec un catalogue normal des pléiades, par Joanny Lagrula (I, *Fasc. 5*) . . . . . . 5 fr.

Sur les combinaisons organomagnésiennes mixtes et leur application à des synthèses d'acides, d'alcools et d'hydrocarbures, par Victor Grignard (I, *Fasc. 6*). . . . . 3 fr. 50

Sur la décomposition d'une substitution linéaire réelle, et orthogonale en un produit d'inversions, par Léon Autonne (I, *Fasc. 12*) . . . . . . 6 fr.

Quelques considérations sur les groupes d'ordre fini et les groupes finis continus, par Le Vavasseur (I, *Fasc. 15*) . . . . 5 fr.

Sur les Formes mixtes, par Léon Autonne (I, *Fasc. 16*). . . . . 8 fr.

Recherches expérimentales sur les contacts liquides, par A.-M. Chanoz (I, *Fasc. 18*). . . . 5 fr.

Quelques démonstrations relatives à la théorie des nombres entiers complexes cubiques. — **Propriétés de groupes d'ordre fini**, par Raymond Le Vavasseur (I. *Fasc. 21*) . . . . . 3 fr.

Sur les Groupes de matrices linéaires non invertibles, par Léon Autonne (I. *Fasc. 25*). . . . . 5 fr.

Sur les groupes commutatifs et pseudo-nuls de quantités hyperconplexes, par Léon Autonne (I, *Fasc. 31*) . . . . 6 fr.

Observations équatoriales et méridiennes, faites à l'Observatoire de Lyon, par MM. Le Cadet, Lagrula, Guillaume, Merlin et Flajolet (I. *Fasc. 32*) . . . . 10 fr.

Les Céphéides considérées comme étoiles doubles avec une monographie de l'étoile variable δ Céphée, par Michel Luizet (I, *Fasc. 33*) . 5 fr.

J.-B BAILLIÈRE et Fils, 19, rue Hautefeuille.

Recherches anatomiques et expérimentales sur la métamorphose des Amphibiens anoures, par E. Bataillon (*Fasc. 2*). . . . . . . 4 fr.

Anatomie et Physiologie comparées de la Pholade dactyle. Structure, locomotion, tact, olfaction, gustation, action dermatoptique, photogénie, avec une théorie générale des sensations, par le Dr Raphaël Dubois (*Fasc. 3*) . . . . 18 fr.

Sur le pneumogastrique des oiseaux, par E. Couvreur (*Fasc. 4*) . . . . 4 fr.

Recherches sur la valeur morphologique des appendices superstaminaux de la fleur des Aristoloches, par Mlle A. Mayoux (*Fasc. 5*) . 4 fr.

Etude stratigraphique sur le Jurassique inférieur du Jura méridional, par Attale Riche *(Fasc. 10)*. **12** fr.

Etude expérimentale sur les propriétés attribuées à la tuberculine de M. Koch, faite au laboratoire de médecine expérimentale et comparée de la Faculté de Médecine, par M. le professeur Arloing, M. le Dr Rodet et M. le Dr Courmont *(Fasc. 11)* . . . . **10** fr.

Histologie comparée des Ebénacées dans ses rapports avec la Morphologie et l'histoire généalogique de ces plantes, par Paul Parmentier *(Fasc. 12)*. . . . . **4** fr.

Recherches sur la production et la localisation du Tanin chez les fruits comestibles fournis par la famille des Pomacées, par Mlle A. Mayoux *(Fasc. 13)* . . . . **3** fr.

Etude sur le Bilharzia hæmatobia et la Bilharziose, par MM. Lortet et Vialleton *(Fasc. 16)*. **10** fr.

Monographie de la Faune lacustre de l'Eocène moyen, par Frédéric Roman (I, *Fasc. 1er)*. **5** fr.

Etudes sur le Polymorphisme des Champignons, influence du milieu, par Jean Beauverie (I, *Fasc. 3)* . . . . **7** fr. **50**

L'Homme quaternaire dans le Bassin du Rhône, *Etude géologique et anthropologique,* par Ernest Chantre (I, *Fasc. 4)*. . . . **6** fr.

La Botanique à Lyon avant la Révolution et l'histoire du Jardin botanique municipal de cette ville, par M. Gérard *(Fasc. 23)*. . . . . . **3** fr. **50**

Physiologie comparée de la Marmotte, par le Dr Raphaël Dubois *(Fasc. 25)* . . . . . . **15** fr.

Etudes sur les terrains tertiaires du Dauphiné, de la Savoie, et de la Suisse occidentale, par H. Douxami *(Fasc. 27)* . . . . **6** fr.

Recherches physiologiques sur l'appareil respiratoire des oiseaux, par J.-M. Soum, *(Fasc. 28)* **3** fr. **50**

Résultats scientifiques de la campagne du « Caudan» dans le golfe de Gascogne (août-septembre 1895), par R. Kœhler *(Fasc. 26)* 3 vol. . . **32** fr.

Anatomie pathologique du système lymphatique dans la sphère des néoplasmes malins, par le Dr C. Regaud, et le Dr F. Barjon *(Fasc. 33)* **5** fr.

Recherches stratigraphiques et paléontologiques dans le Bas-Languedoc, par Frédéric Roman. *(Fasc. 34)* . . . . **8** fr.

Etude du champ électrique de l'atmosphère, par Georges Le Cadet *(Fasc. 35)*. . . . . **6** fr.

Les Formes épitoques et l'Évolution des Cirratuliens par Maurice Caullery et Félix Mesnil *(Fasc. 39)*. . . . . **7** fr. **50**

Etude géologique et paléontologique du Carbonifère inférieur du Mâconnais, par A. Vaffier (I, *Fasc. 7)* . . . . **8** fr.

Contributions à l'Embryologie des Nématodes, par A. Conte (I, *Fasc. 8)* . . . . **5** fr.

Contributions à l'étude des larves et des métamorphoses des diptères, par C. Vaney (I, *Fasc. 9)* . . . . **6** fr

Contribution à l'étude de la classe des Nymphéinées, par J.-B.-J. Chifflot (I, *Fasc. 10)* . . **7** fr. **50**

Monographie géologique et paléontologique des Corbières orientales, par Louis Doncieux (I, *Fasc. 11)* . . . . **8** fr.

Contribution à l'étude des composés diazoamidés, par Louis Meunier (I, *Fasc. 13)* . . . . . **5** fr.

Etude stratigraphique et paléontologique sur la Zone à Lioceras concavum du Mont d'Or lyonnais, par Attale Riche (I, *Fasc. 14)*. . . **7** fr. **50**

Catalogue descriptif des Fossiles nummulitiques de l'Aude et de l'Hérault. — Première partie : **Montagne Noire et Minervois,** par Louis Doncieux, en collaboration avec MM. J. Miquel et J. Lambert (I, *Fasc. 17)*. . . . . **6** fr.

Deuxième partie (fasc. I) **Corbières septentrionales,** par Louis Doncieux en collaboration avec M. Maurice Leriche (I, *Fasc. 22)*. . . **7** fr. **50**

Deuxième partie (fasc. II) **Corbières septentrionales,** par Louis Doncieux en collaboration avec M. J. Lambert (I, *Fascicule 30)*. **7** fr. **50**

Minéralogie des départements du Rhône et de la Loire, par Ferdinand Gonnard (I, *Fascicule 19)*. **4** fr.

Recherches sur l'anatomie comparée et le développement des Ixodidés, par Amédée Bonnet (I, *Fasc. 20)* . . . . **8** fr.

Les Oiseaux des phosphorites du Quercy, par C. Gaillard (I, *Fasc. 23)*. . . . . . . **6** fr.

Etude des Mammifères miocènes des Sables de l'Orléanais et des Faluns de la Touraine, par le Dr Lucien Mayet (I, *Fasc. 24)*. . . . . . **10** fr.

Etude sommaire des Mammifères fossiles des faluns de la Touraine proprement dite. (Bossée, Le Louroux, Manthelan, La Chapelle-Blanche, Sainte-Maure, Paulmy, Ferrière-Larçon, Savigné-sur-Lathan, par le Dr Lucien Mayet, en collaboration avec la comtesse Pierre Lecointre (I, *Fasc. 26)*. . . . . **3** fr.

Contribution à l'étude de l'Hibernation chez les Invertébrés: recherches expérimentales sur l'hibernation de l'Escargot *(Helix pomatia* L), par Marguerite Bellion (I, *Fasc. 27)* . . . . **5** fr.

Contribution à l'étude des Pupipares, par Emile Massonnat (I, *Fasc. 28)*. . . . . **10** fr

Contribution à l'étude des Perles fines, de la nacre et des Animaux qui les produisent, par le Dr Raphaël Dubois (I, *Fasc. 29)* . . . . . **6** fr.

Lyon. — Imprimerie A. REY, 4, rue Gentil — 61671.



